



# 内積の演算法則の確認

★重要公式。しっかり身につけよう

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}, \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2, \quad |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

$k, p, q, r, s$  は実数とする

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}, \quad \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

$$(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k\vec{b}) = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) \quad [= k\vec{a} \cdot \vec{b}]$$

これらから  $(p\vec{a} + q\vec{b}) \cdot (r\vec{c} + s\vec{d}) = pr\vec{a} \cdot \vec{c} + ps\vec{a} \cdot \vec{d} + qr\vec{b} \cdot \vec{c} + qs\vec{b} \cdot \vec{d}$

演算法則を使うと次のような計算ができる

$$\begin{aligned} |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) \\ &= \vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) - \vec{b} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) \\ &= \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} \\ &= \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{b} \\ &= |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 \end{aligned}$$

つまり、  $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$  となる

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$$