

# ちょっとコンピュータで数学

菊地 剛 (北海道札幌稲雲高等学校)

2022年1月29日

前回の研究会で日曜数学者 tsujimotter さんの発表に刺激を受けて、自分のできそうなことをやってみた報告です。

## 1 使用言語

プログラミングできるというレベルではありませんが、触ったことのあるのは Pascal, N88BASIC, Perl, などです。今回は職場の PC で使えるものとして Excel の VBA を利用しました。

## 2 Power loop number

参考文献 [1] に載っている例を考える。

153  $\rightarrow 1^3 + 5^3 + 3^3 = 1 + 125 + 27 = 153$  のように各桁の数の 3 乗の和が元の数と等しくなる数がある。このような数を 3 次のパワーloop数<sup>\*1</sup>と呼ぶことにする。2 回以上の計算でloopする数も含めることとする。以下、2 次のパワーloop数について調べる。

例 1 2 次のパワーloop数

$$481 \rightarrow 4^2 + 8^2 + 1^2 = 16 + 64 + 1 = 81$$

$$81 \rightarrow 8^2 + 1^2 = 64 + 1 = 65$$

$$65 \rightarrow 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$61 \rightarrow 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$$

$$37 \rightarrow 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

$$58 \rightarrow 5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89$$

$$89 \rightarrow 8^2 + 9^2 = 64 + 81 = 145$$

$$145 \rightarrow 1^2 + 4^2 + 5^2 = 1 + 16 + 25 = 42$$

$$42 \rightarrow 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$20 \rightarrow 2^2 + 0^2 = 4$$

$$4 \rightarrow 4^2 = 16$$

$$16 \rightarrow 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$$

$$37 \rightarrow 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

以下、58,89,145,42,20,4,16,37 が繰り返す。

---

\*1 この発表限定の表現

### 3 同値類に分類する

999 まで調べたところ、ループには 2 種類しか存在しないようである

- $1, 1, \dots, 1$  のタイプ
- $4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, \dots, 4$  のタイプ

上記の同じタイプに収斂していく 2 つの自然数を同じループに属するということにする。

2 つの自然数  $m, n$  が同じループに属するとき、 $m \sim n$  と表すこととする。

反射律  $m \sim m$

対称律  $m \sim n \Rightarrow n \sim m$

推移律  $l \sim m, m \sim n \Rightarrow l \sim n$

が確認できるので、二項関係  $\sim$  は同値関係である。

### 4 双子ループ数

素数の場合は差が 2 である 2 つの素数を双子素数というが、今回のパワーループ数については連続した 2 つの、1 に収束するループに属する数について双子ループ数と呼ぶことにする。

1 から 999 までで、31 と 32, 129 と 130, 192 と 193, 262 と 263, 301 と 302, 319 と 320, 367 と 368, 391 と 392, 565 と 566, 622 と 623, 637 と 638, 655 と 656, 912 と 913, 931 と 932 の 14 組が見つかった。

残った謎 双子ループ数は無限に存在するのか、出現に規則性はあるのか。

### 5 Collatz problem

任意の正の整数  $n$  をとり、

$n$  が偶数のとき、 $n$  を 2 で割る

$n$  が奇数のとき、 $n$  に 3 をかけて 1 を足す

という操作を繰り返すと、1 に収束するという予想である。

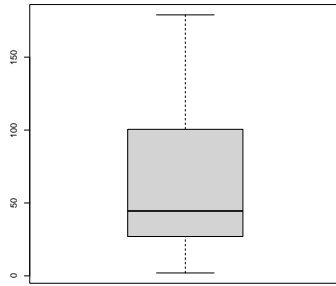
懸賞金が掛かっている未解決問題です。2 から 10000 までの数で 1 に収束するまで計算してみた。

ゴレンジャー 802, 803, 804, 805, 806

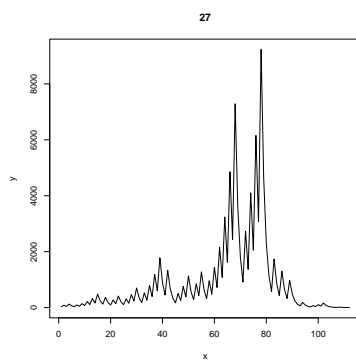
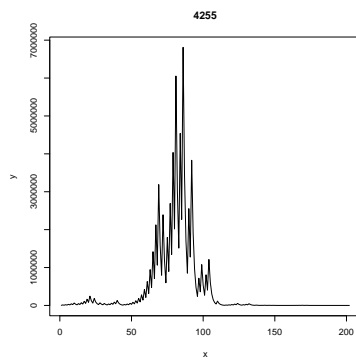
途中までは異なるルートだが、12 回目の操作で 256 となり同時に 1 に収束する。

ナナレンジャー 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949

## 6 1に収束するまでの回数



## 7 4255,27の変遷



## 8 まとめ

参考文献 [1] にあった言葉

Don't waste your time in a fruitless search. Just appreciate the few little beauties!

### 参考文献

- [1] alfred s.posamentier 『math Charmers』 (Prometheus Books)
- [2] 永野三郎・長島忍 『Pascal 入門 TURBO Pascal 演習』 (東京大学出版会)
- [3] 立山秀利 『Excel VBA のプログラミングのツボとコツがゼッタイにわかる本』 (秀和システム)