

パズルを用いた数学的内容の教科指導について

～初等整数論から数列への橋渡し～

平成 30 年 1 月 27 日
北海道札幌丘珠高等学校
数学科教諭 阿部卓朗

1. はじめに

私事ではあるが、大学院の師の影響を受けてパズルに関する問題を考えるようになった。そして、これを高校数学教育に応用出来ないかと考えてみるに至った。パズルには様々な解法があり、それ故に思考力や発想力を鍛えるには絶好の教材である。もちろん、生徒各々が考えたパズルの解法を説明するなどさせれば、言語力の向上にも一役買うことが出来よう。

高等数学であれば、平面充填、いわゆる 2 次元ユークリッド空間の充填問題へと発展させることが出来る。社会的なニーズや有用性は物理学や情報工学を始めとして様々であるが、何よりも個人的に興味を持ち、かつ高校数学の手頃な教材として活用出来ると考えたことが今回の発表の動機である。

加えて、次年度に向けて、アクティブラーニング教材を考えるという意味でも本発表で示させていただく問題は有用であると考えている。

2. 問題の内容

本校は学力的に下位の生徒が多く、学習意欲も総じて低い。複雑な整数論の問題を指導することは（ごく一部の生徒を除いて）不可能である。従って、今回は単純な整数論の証明問題を用いることとする。

問題は次の通りである。

下図のように 1 から 16 までの数が表に書かれている。それぞれの数の前に + 記号か - 記号のどちらかを書くが、どの行、どの列をとっても、2 つの + 記号と 2 つの - 記号があるようにする。出来た数の和が必ず 0 になることを証明せよ。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

この解法は様々であるが、列に着目すると、たとえば 1, 5, 9, 13 のように 4 ずつ増えているという規則性を発見させることが出来る。同様に、行は 1, 2, 3, 4 のように 1 ずつ増えていることが分かる。これらを生徒に気付かせ、12 月末の授業で 1 年生に実験的にこの問題を提示してみた。

すると、 $1 = n$ と置換して、表を書き直し、表の整数に規則性を見いだそうとする者がいたり、右横の数字から左に行くに従って、1 ずつ増えていることを見いだしたりした者がいた。予想外であるが、これらの生徒は数学の成績が上位の者ではない生徒が多かったことが印象的であった。

このように、教科書的な指導から一時脱却することで数学の苦手な生徒に自信 (confidence) を持たせる要因を作ることが出来ることが期待される。

さらに、これは等差数列の基本的な考え方を含んでいる問題でもある。数学 A から数学 B の数列への橋渡しの教材として活用できるのではないだろうか。

なお、下記の参考文献は高等学校数学で活用出来る様々な数学的問題を含んでいる非常に面白い一冊である。参考までにご一読いただく価値はあると考えている。

<参考・引用文献>

セルゲイ＝ドリチェンコ (坂井公 訳) 2014 『ロジカルな思考を育てる数学問題集』 岩波書店。