

第125回数学教育実践研究会 レポート発表

教具とICTを用いた正多面体の授業提案

北海道平取高等学校 浅野剛史

1. はじめに

2023年1月に吉田先生はレポートの中で、次のように述べている。

ICTは図形を表示し動かすことができるのが売りだったりしますが、画面の中の図形を空間図形と見られていない生徒もいます。平面の中にある空間図形をちゃんと空間図形として認識するには、「与えられた空間図形はこういうものである」という原体験ではないでしょうか。

私自身も、原体験を大切にしたいという思いと同時に、具体物を用いた操作活動は高校数学でも大切ではないかと感じている。

2. 操作的活動の意義

古藤(1982)「数学科の学習で生徒に真の理解をうながす一つの方途として、小学校のみならず、中学校・高等学校の指導においても“操作活動”が重要であることを主張したい」と述べている。その操作活動の意義として、次の4点を挙げている。

- ・生徒に真の理解を促すこと。
- ・概念形成のため
- ・技能定着のため
- ・問題解決のため

小山(1988, p.257)は「操作的活動」を行うことのねらい及び効果に関しては小山(1988)が6点にまとめている。

- ・動機付けに役立つ。
- ・概念形成あるいはスキーマの形成に役立つ。
- ・数学的原理や法則の理解に役立つ。
- ・筋道立てて考えたり、数学的な考えを身につけるのに役立つ。
- ・問題解決に役立つ。
- ・ことばでは難しい表現や評価に役立つ。

(小山, 1988, p.259)

小山は論文の中で「小・中・高等学校のどの段階の指導においても、必要ならば「操作的活動」を取り入れ(後略)」と述べているように、この操作的活動は高等学校にも焦点をあてていることがわかる。

以上より、高校数学においても操作的活動が大切であることがわかる。

3. 教具

今回提案する授業で扱った教具はポリドロンである。「ポリドロンは4色11種類の幾何学的なかたちをはめあわせて、平面的な模様や立体的な造形を作れる英国生まれのシステム遊具である」と東京書籍のホームページに記載されている。



図1：ポリドロン

石谷(2015)のポリドロンを活用した授業実践では、生徒たちの様子や感想から、数学を手で触る楽しさや数学のおもしろさを実感していたことがわかる。そこで本授業でもポリドロンを活用した操作的活動を取り入れる。

4. 授業の概要①

本時の目標は「正多面体の特徴について理解しようとする(主体的に取り組む態度)」とし、2時間の授業を行った。授業のはじめに、図1のようにポリドロンを机の上に置いた。

(1)正多面体の定義を確認する。

まず本時の目標を示した上で、正多面体の定義が次であることを確認した(図2)。

- ・各面はすべて合同な正多角形である。
- ・各頂点に集まる面の数はすべて等しい。

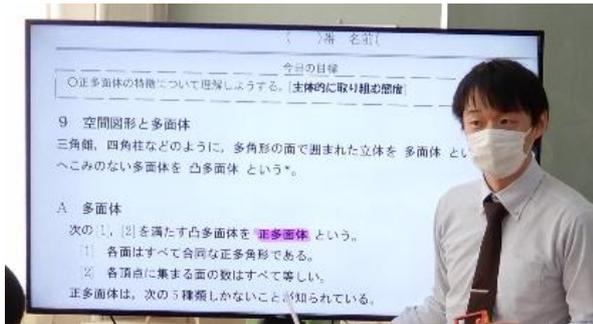


図2：正多面体の定義の確認

(2)正六面体を作成する。

次に、教師が正六面体を作るよう促した。これを作成することを通して、少しずつポリドロンを扱うことに慣れていった。

(3)正四面体を作成する。

次に、教師側から正四面体を作るよう促した。これに対して、正四面体の言葉の意味を生徒どうしで確認しながら作成していった。作成したものが正多面体の定義と合致しているのかを確認した。

(4)正八面体を作成する。

次に、教師が1つの頂点に3つの面が集まるのが正四面体であることを確認した上で、4つの面が集まる場合の正多面体を作成するよう促した。生徒は、試行錯誤しながら作成していった。

(5)正二十面体を作成する。

次に、教師が「次どうしますか。」と発問すると「5つの場合」と答えた。級友と相談しながら、正二十面体を作成していった。

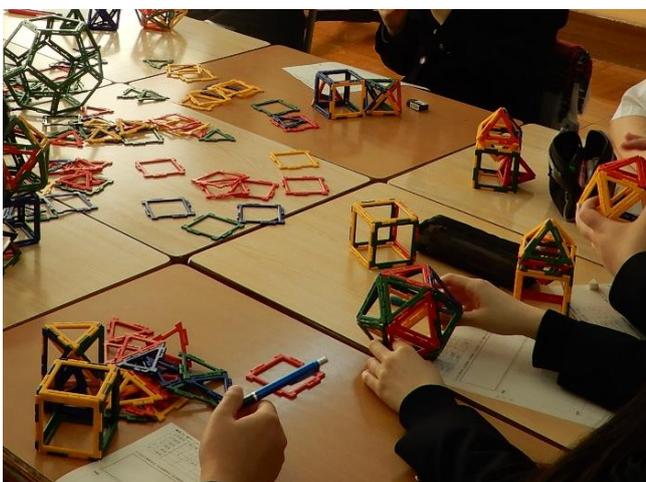


図3：生徒が作成した正多面体

(6)正多面体の辺、面、頂点の数を考える。

5つの正多面体の辺、面、頂点の数を考えるよう促した。ほとんどの生徒はポリドロンで作成した正多面体を基に数えていたが、ある生徒から「計算でもっと簡単にできないだろうか」という発言があった。そこで教師から「1つの辺にいくつの面が集まっていますか」と発問したところ、「2つ」と答えた。そこから、図4のような計算をして、辺の数を求める生徒がいた。

面の数	面の形	頂点の数	辺の数	
4	正三角形	4	6	$\frac{4 \times 3}{2} = 6$
6	正四角形	8	12	$\frac{6 \times 4}{2} = 12$
8	正三角形	6	12	$\frac{8 \times 3}{2} = 12$
12	正五角形	20	30	$\frac{12 \times 5}{2} = 30$
20	正三角形	12	30	$\frac{20 \times 3}{2} = 30$

図4：生徒の記述

5. 授業の概要②

(1)Shapesの図形を見て、前時の振り返りを行う。

Shapesは、異なるタイプの3Dの立体を学び、教え、発見し、学生が分かりやすく幾何学を理解するのに役立つものとされている。このShapesをモニターに映して、前時で学習した正多面体について確認を行った。

(2)正多面体が5つしかない理由を考える。

正多面体がなぜ5つしかないのかを考えさせた。しかし、考えに行き詰っている様子であったため、「正多面体の中で面の形が正三角形のものがなぜ3つか、すなわち1つの頂点に集まる面の数が3(正四面体)、4(正八面体)、5(正二十面体)しかないのか」に焦点を絞って考えさせた。すると、6つの場合どうなるのかについて考える生徒が出てきた。少し時間を取ったのち、全体に6つの場合はどうなるか問うと、生徒は、動作で平面になることを表現した。理解できていない生徒のために、ポリドロンを再度渡して、平面になることを確認させた。同様に、面の形が正方形および正五角形の正多面体が1つずつしかないことを確認した。

(3)大学入試問題に挑戦する。

次に、下記の東京大学の入試問題を生徒に提示した。

正八面体のひとつの面を下にして水平な台の上に置く、この八面体を真上から見た図(平面図)を描け。

問題に対する理解が不足する生徒のために、Shapes を用いて正四面体の平面図を見せた。各々、生徒は試行錯誤しながら東大の問題にチャレンジしていた。

6. 考察

生徒の授業の様子や振り返りから、次のことが示唆される。

・興味関心を高める。

生徒の振り返りの中で「グループで正八面体をつくって、図も書いたりして楽しかったです。」と記述している生徒がいたことから、授業に対して関心も持って取り組めた様子が見える。

・辺の数の求め方の工夫に気づける。

ポリドロンにより、辺の数の重なりがわかりやすい。そのことから、図4のような計算に気づく生徒が出てきたと推測される。具体物を用いることにより、新たな発見を生み出すきっかけになることが期待される。

・間違いにより、理解が深まる。

池田(2013)は「nonA を明らかにすることにより、はじめて A の理解が深まってくる」「間違いは、A に対する nonA であり、両者があるからこそ、その境界が明確になる」と述べている。

ポリドロンで正二十面体を作成した際に、それとは異なる多面体を作成した生徒がいた。そのときに、級友から「頂点に集まる面の数は等しくない」という指摘を受け、図形を修正する姿が見られた。すなわち、nonA の出現により、A である正多面体への理解を深めたと考える。これは、ポリドロンを活用して、試行錯誤して図形を作成したことから生まれた効果である。

7. 今後の課題

課題は2つある。1つ目は、生徒がポリドロンを自由に使う時間を入れることである。今回は時間の関係上、すぐに正多面体に焦点を当てたが、自由に図形を作成する中で正多面体に移行するような流れにできるようにしたいと考える。2つ目は、正多面体が5つしかない理由を生徒から発見できる手立てを考えることである。

参考引用文献

吉田奏介(2023).「最近の教材事情 Ver.5」

古藤怜(1982).『数学科における学習指導』, 共立出版

小山正孝(1988).「数学教育における操作的活動と思考実験」, 教育学研究紀要, 中国四国教育学会, pp.255-260.

石谷優行(2015).「図形領域のICT活用授業にアナログ要素を加えて」, 日本数学教育学会誌, 臨時増刊, 総会特集号, 第97巻, p.513.

藤原大樹・池田敏和(2013)『数学的活動の再考』, 学校図書