章の扉ページで探究活動

1. はじめに

授業進度のことを考えるとあっさり触れるにとどめてしまう、「章の扉ページ」を、習熟度別基礎クラスでは興味関心を持たせることを目的に、しっかり触れて考えさせることにした。

2. 数学B基礎（通年2単位）の取り扱いについて

「数学B基礎」は講座の性格上、数学が苦手な、受験には使わないが、数学を学びたい生徒が多い（単位数確保のために履修する生徒もいるが）。よって「数学B基礎」の数列についても、一般項や和を求める公式を活用し問題解決をするプロセスよりも、現実にある問題を解決する活動を通して一般化を進め、公式等を導き出すプロセスが重要だと考え、年間計画を立てた。

また、標準単位数は2であるが、数学Bを全て行うと3単位程度を要するため、一般的には「数列」と「統計的な推測」を選択することになるが、生徒層を考え「数学と社会生活」を組み込むこととし、実生活における問題と、数学を介した解決を直結させるシーンを多く採用することにした。

「数学と社会生活」を実施する時期としては章としてまとめて取り扱うのではなく、「数列」と「統計的な推測」の節の間などに適宜差し込むことで、数学を身近に感じてもらうこととした。今年度は、4月には自転車通学が始まるため「ブレーキと制動距離の話題」や「シェアサイクルのサイクルポートにある自転車の台数を数学的に推測して無駄のない設計にする話題」、初夏には近年の猛暑から話題になりやすい「温暖化の話題」と、「冷暖房費用（初期費用かランニングコストか）の話題」、秋にはスポーツと合わせて登山における「標高と気温の話題」や、富士山で問題になっていることから「身近なゴミの量の総和を求めてイメージを沸かせる話題」など、教科書で取り上げている話題と取り扱う時期をリンクさせることとした。

「数学と社会生活」を取り扱うことで、「数列」と「統計的な推測」に割ける時数は減少するものの、学習指導要領の「第5節数学B」「2目標」に合致するよう厳選する。

本校「数学B基礎」は以下の環境で実施する。

- ・数研出版「新 高校の数学B（大判の教科書）」を使用している。
- ・受験には対応しておらず、易しい内容を中心に扱っている。
- ・90分授業（2時間分）を週に1回、年間を通して実施する。

・授業 第2回（数列の初回）

・参加者 3名出席／受講者数4名

Aくん：前年度の単位修得がほとんどできなかったが、1人のときははじめに授業を受ける。

Bさん：計算力は厳しいが一生涯懸命解く。電卓を使うと計算ができるため、積極的に使わせている。

Cくん：体調管理がなかなか難しく欠席も多い。出席したら眠いながらも授業に参加する。

- ・この授業でのみ顔を合わせるメンバーのため、相手の名前も知らない。
- ・全員寡黙で、話し合いの授業は成立しにくい。
- ・授業で思考や議論検討を経て結論を導き出すことはあまり経験していない。
- ・全員数学はあまり得意ではない。
- ・数学はできたらうれしいが、とりたてて履修したい授業ではないようだ。

3. 教科書における導入文

教科書には以下のような導入文がある。

ハノイの塔とよばれるパズルがあります。
写真のように1本の棒があり、何枚かの円板が棒にさしてあります。

※写真はWikipediaより引用

ハノイの塔は、最初に、すべての円板を下から大きい順に1本の棒にさし、次のようなルールで、すべての円板を別の棒に移動させるパズルです。

[1] 1回に1枚の円板を別の棒に移動させる。

[2] 円板の上にそれより大きい円板をのせてはいけません。

一番少ない手順で移動させる方法を考えてみましょう。

ハノイの塔は、自ら操作することで体感的に数列を感じ取れると考えたので、紙で簡易的なハノイの塔を作った。

図1 紙で用意したハノイの塔（5段）と、支柱代わりの円

4. 授業の様子

① ハノイの塔を実際に操作する（基本操作を身につける）

説明 6ページ。第1章数列。ハノイの塔。今日はこれをやります。

（余っている机を2つ並べて、図2のように配置した。）

（生徒を机の周りに集合させ、教員が実際にやってみせた。）

図2 支柱の役割を果たす円を3枚用意し、ハノイの塔を実際に行う。

説明 （ここでルールを説明する。）

[1] 1回に1枚の円板を別の棒に移動させる。

[2] 円板の上にそれより大きい円板をのせてはいけません。

（禁止されている行為を実際にやり、理解させる。）

指示 円盤が2枚のとき、何回動かすと移動できるか？実際にやってみてください。

活動 3名とも、最初は乗り気でないものの、実際に動かしてみる。

評価 3人とも進めていて素晴らしいです。

指示の後、作業に対し必ず評価の言葉を入れるようにしている。
（スペースの関係上今後省略する）

発問 何回でできましたか？ Aくん。

解答 Aくん「3」
指示 実際にみんなの前でやってみてください。
活動 実際に行う。(3回でできた)

本当は各自の結果を持ち寄り、検討する機会を設けたいが、話し合いが難しいため、実演発表という形式をとった。

指示 円盤が3枚のとき(やってみてください)。
活動 3名とも、実際に動かしてみる。(コツをつかんできた)

言語による議論などはないが、各自の結論を持ち寄る機会をつくり、比較検討することができた。

発問 できたら教えてください。
解答 (7回と9回がいた)

指示 少なければ少ないほどいいです。(7回の生徒は)みんなの前でやってみてください。

活動 実際に行う。

指示 みんなも7回でできるかどうか各自確認してみてください。

活動 残り2名も、教員の目の前で作業をする。

結局自分でもやるというプロセスを踏ませることで、完全な受け身を防ぐ。

活動 (4枚目も同様に各自やらせ、比較させる。)

② 実際の操作が手間になることに気付かせる(それでも手間な作業を行う)

指示 では5枚。
活動 「4枚の時より明らかに回数が多い」ことに気づき、生徒のたちの目が曇り始める。
評価 何かに気付いた様子ですね。それでも作業を進める。えらいです。

発言が厳しい生徒については、表情の変化も発表の1つととらえた。

解答 (10分後) Cくん「できました」
指示 できましたか?まず私の前でやってみてください。
活動 実際に行う。数える作業は教員。35回で完成。
評価 35回ですね。実はもうちょっと短く行けます。

残り2人が苦勞しており、比較検討できないため、もっと短くできることだけ伝える。

解答 (その後、Cくんが31回で完成)
評価 31回!素晴らしいです。実はこれが最短です。
指示 ではみんなの前でやってみてください。
活動 (Cくん、同じ作業を再現できなかった。)
評価 試行錯誤しながら作業内容を記憶するのは難しいですね。

指示 では私がやってみます。私のところに集まってください。
活動 生徒3名、教員の作業を見る。
説明 Cくんは、さっきこれができていました。すごいですね。

あくまでCくんの成果であることを強調する。

③ さらに手間になる状況を作り、計算の方が早いことに気付かせる

板書 円盤 1 2 3 4 5 6
回数 1 3 7 15 31 □

ここからが数列になる。

発問 では6枚でやってみましょう。しかし6枚目は用意していません。どうしましょう。

解答 (しばらく待つものの、でなかった) 6枚目を作る、計算して出すなどの意見が出てほしかったが、自由思考に慣れていないため意見を出すことは難しかった。

発問 この数字のパターンを見て、6枚だと何回で移動できるか考えてみましょう。

活動 (考えているものの、想像がつかない)

指示 ノートに思いつくまま書いてみましょう(個別の考えを捨てる形式にした)。

活動 (考えているものの、ペンが進まない)

具体から抽象への変換はかなり難しく、1つ出すことが厳しかった。しかし、慣れていない活動のため、これは予想通り。

発問 例えば、1から3に増えています。いくつ増えていますか？

解答 2

発問 3から7。

解答 4

指示 同じようにやってみて、パターンを見つけましょう。

活動 (以下、15から31まで16増えていることまで確認)

結局、教員のリードのもと進める形式に落ち着いたが、「パターンを自ら考える」というプロセスを経ることができたため探究活動の初回としてはおおむね成功であると判断した。

発問 では、6枚だと、何回でできるでしょう。電卓を使ってもいいです。

活動 (電卓) $31 + 32 = 63$

解答 (Bさん) 63

評価 6枚だと63回。計算で出せましたね。実際にやるのは気が遠くなるかもしれません。

板書 円盤 1 2 3 4 5 6
回数 1 3 7 15 31 63

実際の操作では面倒なことも、計算では簡単であることを確認した。

発問 6枚だと63回だということが分かりました。

ほかの方法で63と出せる方法はあるでしょうか。

活動 (考えているものの、難しい)

説明 他にもいろんな方法があります。

- ・ 2の累乗から1引いている
- ・ 前の2倍に1足している
- ・ 前の数字+1を足している

などがあります。(全て実演した)

これも結局、教員がいくつも出す形になったのだが、探究活動の初回で「考える」ところを正面から取り組んだため、現段階で十分成功であると判断した。

説明 今のうちは分からなくて大丈夫です。これを習うのが、教科書37ページ。7月末にやります。数列を勉強していくと、だんだんこれが分かるようになっていきます。

7月末に今回のハノイの塔がはっきりわかるようになるために、数列の授業をすすめていきます。

5. 授業者の感想

- ・ 単に数列の学習をするだけでは数字の羅列となり、学習者にはイメージがつかみにくい。章の扉ページは興味・関心を喚起し、探究の入口にするにちょうどよい題材になっている。
- ・ 授業の中で、大きなくくりでの疑問を少しずつ解決させていくプロセスを、大きな意味での探究活動ととらえることもできるかもしれない。
- ・ 本来ならば、
 - ① ハノイの塔を実際に操作するプロセス
 - ② 数字のパターンがあるのではと疑問を持つプロセス
 - ③ 計算で試行錯誤し、具体から抽象に落とし込むプロセス
 - ④ 各個人が別々の解法を導き出し、そこから検討しあうプロセス
 - ⑤ 他に数字の配列パターンが決まっているようなものはないかという疑問を持つプロセス
 - ⑥ 調べ学習に移行しひまわりの種などに代表されるフィボナッチ数列などを知るプロセス
 - ⑦ それを発表し共有しあい共有財産とすることで共学のメリットを知るプロセス

によって「主体的・対話的で深い学び」の姿勢を持たせ、社会の急激な変化に対応できる人材を育成することが探究活動であると思われるが、未経験から⑦まで行くことは至難の業である。今回は、①～③についてまずは経験させることに終始したが、この経験が続けることで、社会に出たあとの生徒の一助になればいいと感じた。