

「章の扉ページで探究活動」のその後

1. はじめに

令和7年7月にレポート発表した「章の扉ページで探究活動」では、数学Bにおいて数列をまだ習っていない生徒に対し、扉ページで取り上げられている「ハノイの塔」を使って体験的に数列について学ばせた。今回は、数列を学んだ後にもう一度「ハノイの塔」について取り上げ、生徒の数学的な見方・考え方に変化があるかどうかを確かめた。

2. 数学B基礎（通年2単位）の取り扱いについて

有朋高校単位制課程においては、「数学B」と「数学B基礎」の2つの科目が設置されている。

数 学 B：数研出版「高等学校 数学B」を使用し、受験に対応した授業

数学B基礎：数研出版「新 高校の数学B」を使用し、基礎的な内容に注力した授業

完全単位制である制度上、生徒は数学Bを受講しても、しなくてもよい。

進路希望	1年次	2年次	3年次
国公立2次・私立で使用	数学Ⅰ・数学A	数学Ⅱ・数学B	数学Ⅲ・数学C・数学研究
共通テストでのみで使用	数学Ⅰ・数学A	数学Ⅱ・数学B	数学C・数学研究
看護学校・公務員志望	数学Ⅰ基礎	数学Ⅰ	数学A
教養としての数学①	数学Ⅰ基礎	数学A基礎	数学B基礎
教養としての数学②	数学Ⅰ基礎	数学A基礎	数学Ⅱ基礎（＋B基礎）
卒業要件のみを満たす	数学Ⅰ基礎	なし	なし

資料 履修パターンの例

履修パターンの例にあるように、「数学B基礎」は講座の性格上、数学が苦手であり、受験に使わない生徒が主に受講する。

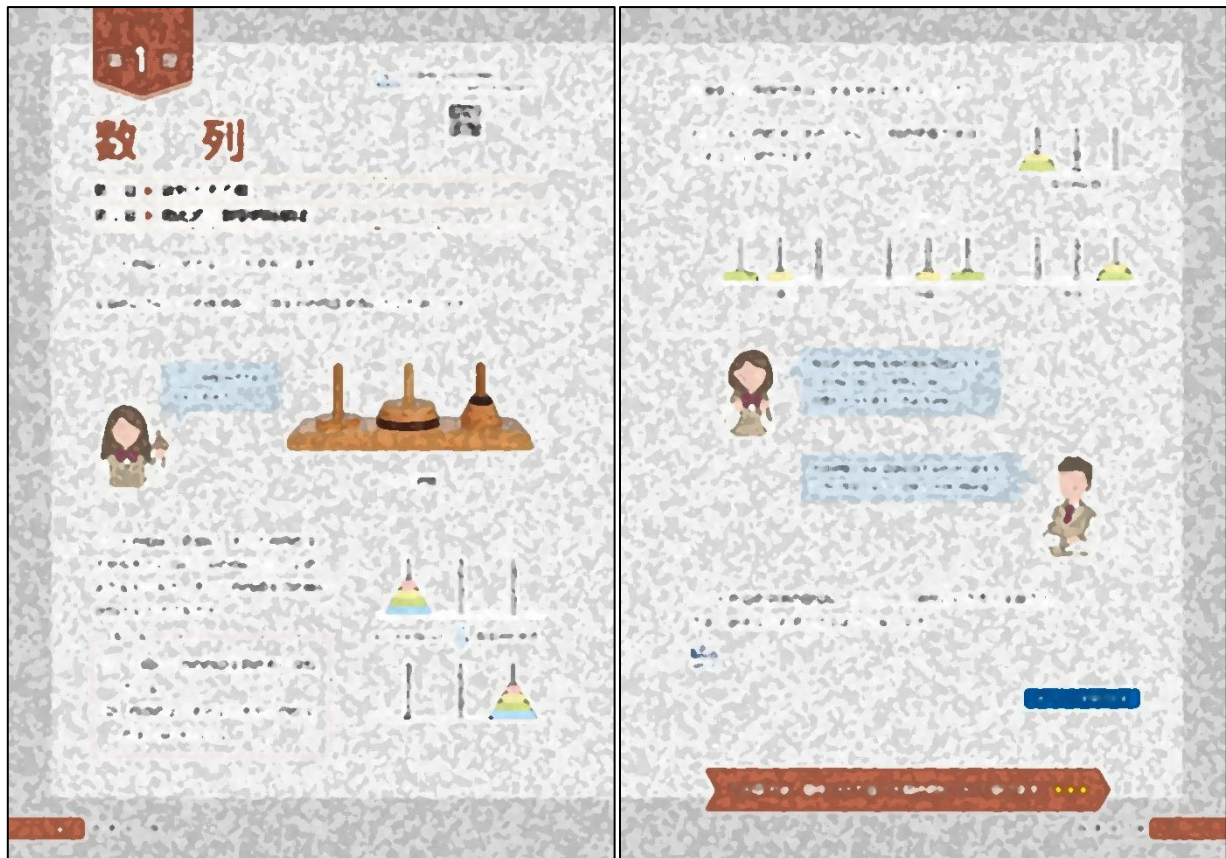
数学B基礎を受講する生徒は主に、以下のように大別される。

- | |
|--|
| ① 数学が苦手、もしくは受験に使わないが、教養として数学を学びたい生徒
② 卒業単位（74単位）確保のために仕方なく履修した生徒
③ 「基礎」という名称のため簡単であると誤解した生徒（履修登録時に確認しているが） |
|--|

よって、数列についても公式を覚えさせ、問題を解かせることよりも、現実にある問題を解決する活動を通して一般化を進め、公式等を導き出すプロセスが重要だと考えた。

3. 第133回数実研発表の要約

- ・授 業 90分授業の第2回（数列の初回）
- ・参加者 3名出席／受講者数4名
 Aくん：遅刻常習。不真面目という前評判だが、そんなことはなかった。
 Bさん：意欲あり。計算力は厳しく電卓を使用する。
 Cくん：遅刻常習。計算力やセンスがある。
 Dくん：遅刻常習。この日は欠席。
- ・特 記 この授業でのみ顔を合わせるメンバーのため、相手の名前も知らない。
 全員寡黙で、話し合いの授業は成立しにくい。



資料1 教科書紙面（著作権の関係上、加工している）

① ハノイの塔を実際に操作する（基本操作を身につける）

紙で作った簡易的なハノイの塔で実際に操作を行った。



資料2 紙で用意したハノイの塔（5段）と、支柱代わりの円（3枚）

各自の結果を持ち寄り、検討する機会を設けたかったが、全員寡黙であり、またこの授業でしか顔を合わせないメンバーのため話し合いが難しい。よって、できた人が実演発表をし、残りの人は同じようにやってみる、という形式をとった。

3段（移動回数7回）のときは、7回で移動できるとする生徒と、9回で移動できるとする生徒が出現した。これは思考の好機であり、討論形式に持っていきたかったが厳しいため、それぞれに実演してもらって、より少ない移動回数のものを最適解とした。言語によるやりとりはなかったものの、他人の意見を参考にするというプロセスを設けることで、十分な議論になったといえる。

4段（移動回数15回）になるとかかる時間が増え、失敗も増えた。ここで生徒は、3段（移動回数7回）までは簡単だが、4段からは急に多くなる（移動回数15回）ことに経験を通して知った。

② 実際の操作が手間になることに気付かせる（それでも手間な作業を行う）

5段（移動回数31回）は明らかに手数が多くなり、生徒も移動が難しくなった。何度もやり直すなかであきらめる生徒も出始めた。数学ができるCくんがなんとか5段の移動を完成させたところで模範解答を示し、「できるが難しい」ことを直感的に理解させた。

③ さらに手間になる状況を作り、計算の方が早いことに気付かせる

紙で用意していない6段（移動回数63回）について考えさせた。しかし生徒から案が出ることはなかったため、誘導によって解決した。

板書	円盤	1	2	3	4	5	6
	回数	1	3	7	15	31	□
			↑	↑	↑	↑	↑
			+2	+4	+8	+16	??

他にも「2の累乗から1引いている」「前の2倍に1足している」「前の数字+1を足している」などがあることを説明した。本来ならば生徒の気づきを促したかったが、難しいことが分かった。

4. ハノイの塔を経ての数列の授業（特にBさん）

ハノイの塔の授業によって、生徒の個性が分かった。

Aくん：他の授業では遅刻常習だが、水曜1校時の数学B基礎では遅刻しない。

Bさん：九九や足し算ができなく電卓を使って解くが、意欲は十分ある。

Cくん：遅刻常習だが計算力があるため、遅く来ても最初に終わらせる。

Dくん：遅刻常習、欠席多め。意欲なし、数学力なし。足し算と九九はできる。

特に気になったのはBさんである。先ほどの発問で、「+16の次は、いくつ増えるか」を考えさせたところ、Bさんは全く予測ができなかった。Aくん・Cくんは+32であることに気づき、答えることができた。

あらためてBさんに「なぜ+32になるのだろう」と問いかけ、これもBさんには難しいことが分かった。問答を続けるうちに、Bさんは九九ができなく、しかも2の段ですでに厳しいことが分かった。だから16は8の2倍であることも、8は4の2倍であることにも気づけなかったのである。

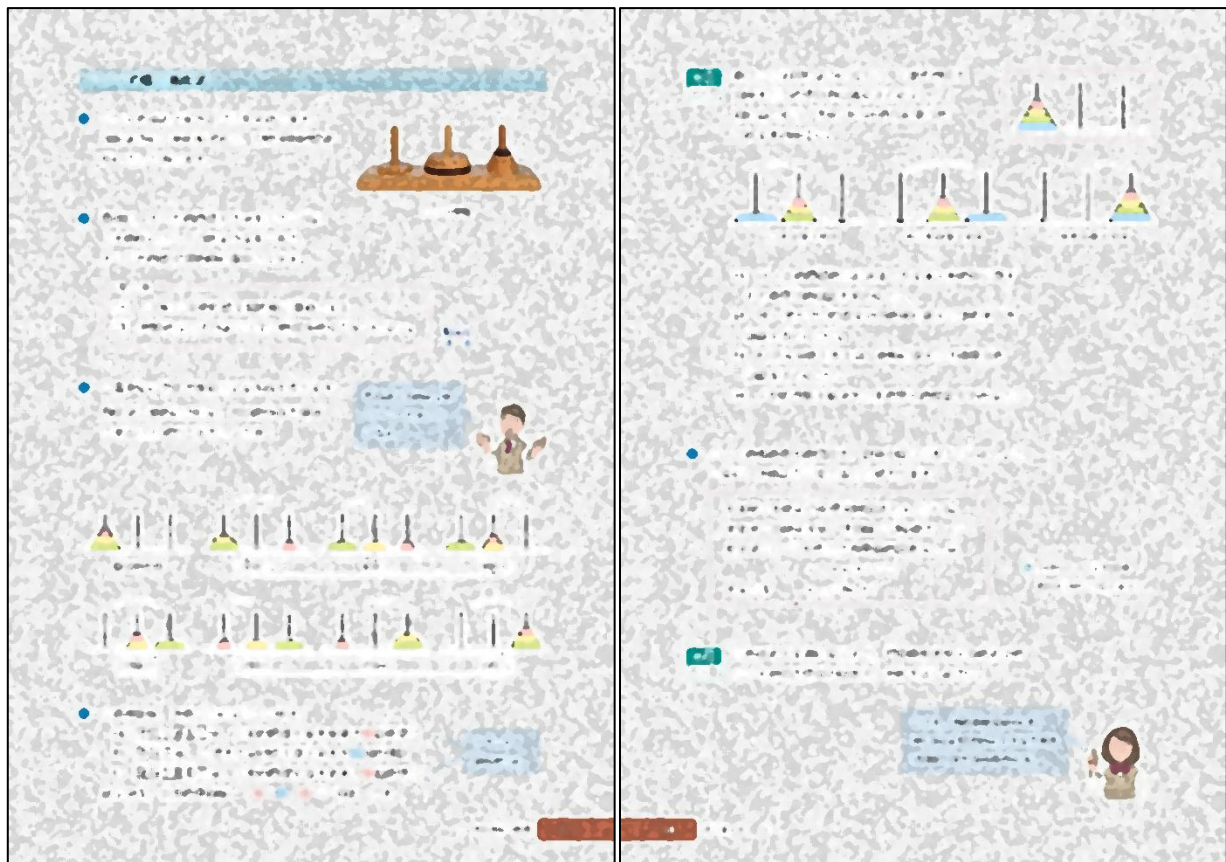
また、6枚の回数である63を答えさせることも苦労した。31+32も暗算では厳しかったため、筆算させた。九九どころか繰り上がりのない足し算すらも厳しい。ここから始まる単元は、よりにもよって数列である。

この授業をもって、「数学B基礎（2単位）」はBさんを中心に進めていくことに決定した。力はないが意欲は十分にある。この意欲を消沈させないような授業展開が必要であり、可能ならばDくんの意欲を掻き立て、Cくんが飽きない授業を意識した。

ここからが、今回の話題である。

5. 教科書本文におけるハノイの塔と、生徒たちの活動

- ・授 業 90分授業の第13回（夏季休業前最後の授業）
- ・参加者 4名出席／受講者数4名



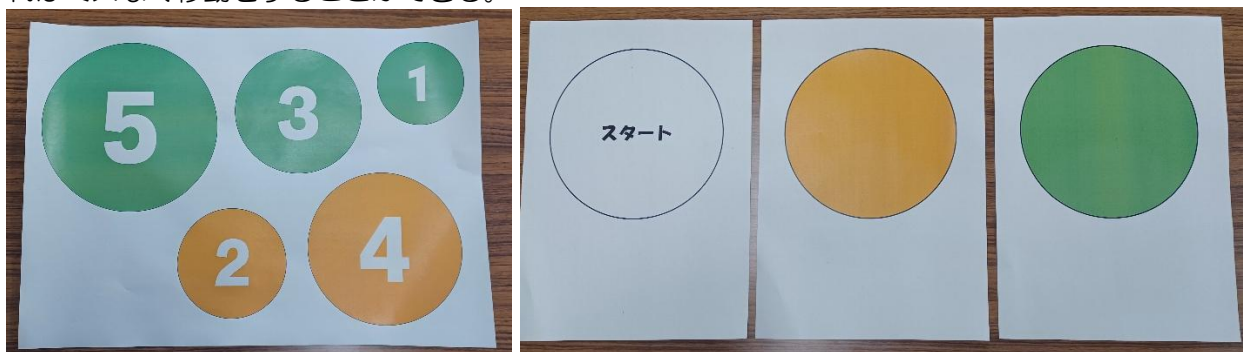
資料3 教科書紙面（著作権の関係上、加工している）

前回の反省を踏まえ、ハノイの塔を「偶数の橙」と「奇数の緑」の2色に分けた。これは前回の数実研で発表した時にご意見をいただいたものである。

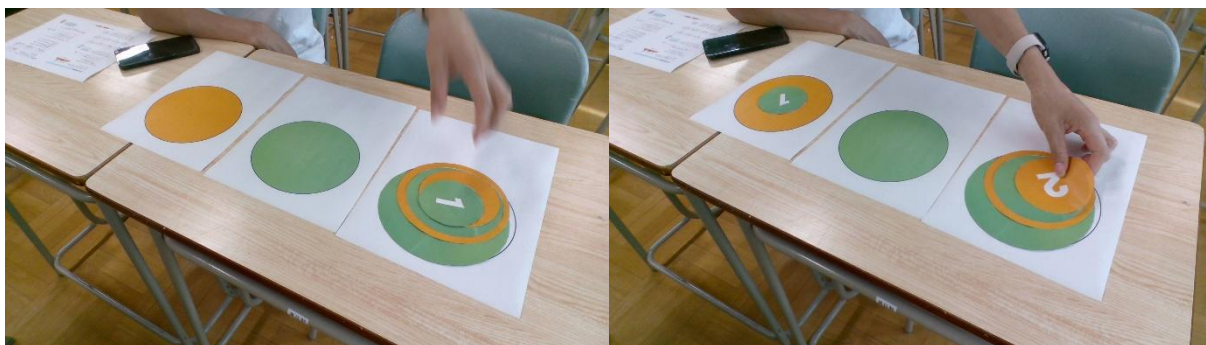
また、台座も「スタート台座」「橙台座」「緑台座」に分けることにした。

緑色の1は橙台座の上に置き、橙色の2は緑台座に置く。すると、橙色の2の上に緑色の1を置くことができる。

橙の台座が空くので、そこに緑色の3を置く・・・とすると、色を互い違いにすることを意識さえすればミスなく移動をすることができる。



資料4 新しいハノイの塔。奇数を緑色、偶数を橙色にした。台座も2色に塗ってある。

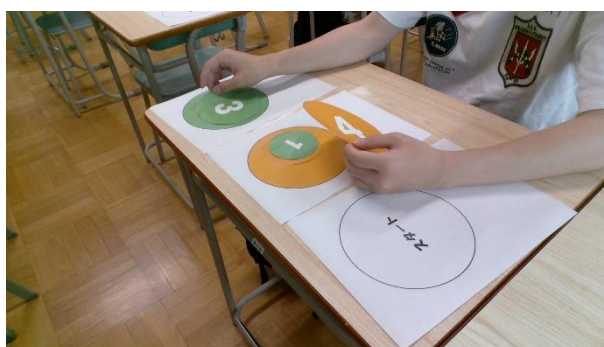


資料5 色が互い違いになるように置けば、作業ミスが格段に減る。

① ハノイの塔を実際に操作する（基本操作を身につける）

最初は基本操作を思い出させるために、あえて発問・指示は前回と同様にしている。

前回（4月の授業）		今回（7月の授業）	
指示	円盤が2枚のとき、何回動かすと移動できるか？実際にやってみてください。	指示	円盤が2枚のとき、何回動かすと移動できるか？実際にやってみて。
活動	3名とも、最初は乗り気でないものの、実際に動かしてみる。	活動	4名とも、実際に動かしてみる。Dくんは前回不参加だったことに加え、説明を聞いていなかったためルールを理解できていない。個別に対応する。
評価	3人とも進めていて素晴らしいです。	評価	スムーズに始められていて偉いね。
発問	何回でできましたか？ Aくん。	発問	何回でできた？ Bさん。
解答	Aくん「3」	解答	Bさん「3」
指示	実際にみんなの前でやってみてください。	発問	AくんとDくんは？
活動	実際に行う。（3回でできた）	解答	Aくん「3」 Dくん「3」
		指示	Dくん、実際にやってみて。
		活動	実際に行う。（3回でできた）



資料6 話を聞いていなかったDくんは緑台座に緑3を置いて右往左往。

私の授業では頻繁に生徒に当てて答えさせている。授業開始から4か月が経過したこともあり、4人ともそれぞれの個性や学力差を理解しているので、易しい問題はBさんに当てるという習慣が定着している。普段会話もしなければ目も合わさない4人ではあるものの、こういう配慮のし合いがあるのは学力よりも大事なことである。

Dくんは注視しないとすぐに作業や思考を止める（相当眠たいらしい）ため、作業などはDくんを中心にすることにもなっている。

② 手作業でおこなう方が楽か、計算（数列）でおこなう方が楽かを選択させる。

板書	円盤	1	2	3	4	5
	回数	1	3			

発問 3枚、4枚、5枚のときどうなる？
実際にやってみてもいいし、計算で出してもいいです。

計算を押し付けると、やらされ感が出るのと、計算の有用性に気付けない。

活動 全員、実際にやってみる形式にしている。
 さすがに円盤1枚・2枚のデータだけで法則性は見いだせない。
 Bさん・Dくんを中心に指名し、3枚・4枚について答えさせた。

板書	円盤	1	2	3	4	5
	回数	1	3	7	15	

発問 5枚のときどうなる？
実際にやってみてもいいし、計算で出してもいいです。

活動 5枚のときに実際に行うと大変だったことを思い出したであろうAくん・Cくんは計算に移行。
 計算が大の苦手なBさんはそのまま手作業。Dくんも手作業を選択した。
 階差数列を使って、あっという間に正答にたどり着いたCくんは答えをノートに書く。

Cくんのノート	円盤	1	2	3	4	5
	回数	1	3	7	15	31
			+2	+4	+8	+16

Aくんも同様に階差数列を使って解答にたどり着いた。

指示 他に方法はないかを考えてみて。いろいろなやり方があるよ。

活動 Aくん・Cくん、考えてみるものの思いつかない。
 前回の授業で漸化式についてやってみたことを思い起こさせるも、なかなか一般項を出すことは厳しいようだ。

活動 地道に手で動かしていたDくん、あきらめる。
 長い時間をかけて円盤を移動させたBさん、ようやく答えにたどり着く。

発問 何回だった？

解答 Bさん「31回」

計算よりも遅かったものの、手作業でも確実に答えは出る。

発問 31。なるほど。AくんとCくんは？

解答 Aくん「31」
 Cくん「31」

活動 Bさんが答えにたどり着いたことを知ったDくんが、再び手を動かし始める。
 回数が分かると、がぜん見通しが立ちやすい。
 そしてDくんも31回で5枚を完成させた。

③ 明らかに手作業でおこなうと苦労する「6枚」に挑戦する。

板書	円盤	1	2	3	4	5	6
	回数	1	3	7	15	31	

発問 さあ、6枚のときどうなる？
Bさん、どうする？計算する？実際にやる？

解答 Bさん「計算」

ついにBさんが「計算」という方法を選択したことが大きな進歩である。

発問 手作業でもいいんだけど・・・手作業にしないの？

解答 Bさん「（手作業は）めんどくさい」

評価 「めんどくさい」！ いい意見だね。
実際にやると面倒だから計算をするんだよね。
世の中色々な発明品が「めんどくさい」から始まる。
歩くのが面倒だから電車ができて、電車も面倒だから車が出て・・・って。
うちわを扇ぐと面倒だから扇風機やクーラーができたし（現在猛暑の7月末）。

数字の列を見て、直感的に「手作業が面倒」であること、「計算ならすぐにできる」ことが重要である。

発問 Dくんはどうする？計算でいい？

解答 Dくん「（うなずく）」

板書	円盤	1	2	3	4	5	6
	回数	1	3	7	15	31	

発問 ではみんなやってみて。

活動 Aくん・Cくん、階差数列を用いて即座に正解。他の方法はやはり思いつかないようだ。
答えに達してしまえば他の可能性を考えないというのは非常にもったいないのだが・・・

Dくんも正解。
Bさんは発問による誘導と電卓を駆使して正解。

板書	円盤	1	2	3	4	5	6
	回数	1	3	7	15	31	63

解説 計算でやってもいいし、手作業でもいいです。
自分の得意な方法でやってください。計算じゃなきゃダメということはないです。

ただ、両方できた方がいいです。手作業が得意だからって計算を全部捨ててたら、手作業で面倒になったときに何もできなくなっちゃうし、計算が得意だから手作業をしないという人は、困ったときに何もできない人になっちゃう。
得意なことを伸ばすことも大事だし、不得意なことでも少し慣れておくだけでいいので、やってみるっていうのは大事だね。

活動 その後、様々な解き方について、誘導しながら答えさせた。

- （2の累乗）から1引いている
- （前の2倍）に1足している
- （前の数字+1）を足している

6 前期期末考査（9月10日（水））実施

前期期末考査にて、事前予告をしたうえで、この問題を出した。

15 教科書の紙面を読んで、右の問いに答えなさい。（20点）	(1) 円板が5枚、6枚のときの回数を求め、表を埋めましょう。						
	枚数	1	2	3	4	5	6
	回数	1	3	7	15		
教科書本文 (数学のいずみ掲載時はカット)							(2) なぜその答えになったのかを教えてください。 たくさん理由があるととても良いです。

理由の欄は、全員が1つしか答えられなかったが、自分の意見を書くことができた。

7. 授業者の感想

・「数学B基礎」の数列では、一般項や和の公式の丸暗記や代入に終始せず、「なぜこうなるのか？」を中心に進めた。よって生徒は一般項の出し方などは理解しているとはいえない。しかし、数字の列から一定のパターンを見つけ、次の数を導き出すということは十分にできるようになっている。

探究活動のプロセス	前回	今回
① ハノイの塔を実際に操作する	○	◎
② 数字のパターンがあるのではと疑問を持つ	○	◎
③ 計算で試行錯誤し、具体から抽象に落とし込む	○	◎
④ 各個人が別々の解法を導き出し、そこから検討しあう		△
⑤ 他に数字の配列パターンが決まっているようなものはないかという疑問を持つ		△
⑥ 調べ学習に移行しひまわりの種などに代表されるフィボナッチ数列などを知る		
⑦ それを発表し共有しあい共有財産とすることで共学のメリットを知る		

・前回と比較し、生徒たちは①②を比較的スムーズに進めることができた。また、低位の子も③に取り組むことができた。
 ・④⑤は、実際に話し合うことはなかったものの、誘導によって導き出すことができた。
 ・数列の学習を経ることにより、同じ課題について深い視点を持つことができたため、今回の授業は十分な成果があったと考えてよい。