第 135 回 数学教育実践研究会 研究発表

フィットカットカーブとベルヌーイカーブ

旭川北高校
岡崎 知之

0. はじめに

私は実用性とデザイン性を兼ね備えた商品が好きで、ホームセンターや文房具店に行くとつい長居をしてしまう。その中でも数学と実用性の相性が絶妙なプラス（株）の「フィットカットカーブ」という技術を利用したはさみをご紹介し、体験していただきたい。

1. ストレート刃の欠点

昔から製造されているストレート刃のはさみには、刃の場所によってうまく切れないという問題があった。プラスはこの問題を解決すべく 2010 年に新しいはさみの開発プロジェクトを発足した。

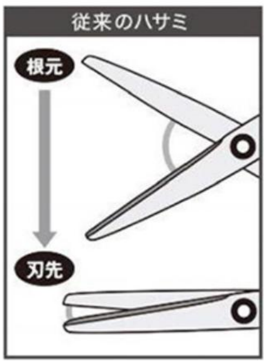
2. 最適な切れ角

ストレート刃のはさみは、刃先だと切ろうとする対象物が左右にぶれてしまう（逃げ）や根元のあたりだと対象物を前に押し出してしまう（滑り）という現象が起きてしまう。しかし、はさみを開いた時の角度が 30 度の時、この「滑り」と「逃げ」の力のかかり方が1:1となり、しっかり対象物を掴んだ状態で切ることができる。

3. フィットカットカーブ

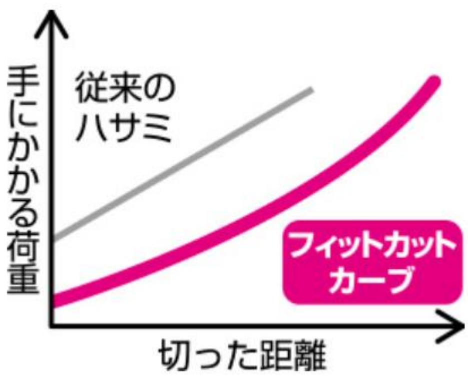
プラス（株）ははさみの刃を直線ではなく曲線（対数螺旋（ベルヌーイ曲線））にすることによって、はさみの刃がなす角が常に一定になるようなはさみを作ることに成功し、2012 年に発売した。初年度で販売目標の 200 万本を大きく超える約 400 万本を売り上げ、2025 年6月時点で累計約 5000 万本の販売実績を記録した。

4. ベルヌーイカーブとフィットカットカーブはさみの関係（図解） ＊プラス株式会社HPより



根元と刃先では効果的に力を伝えることができない

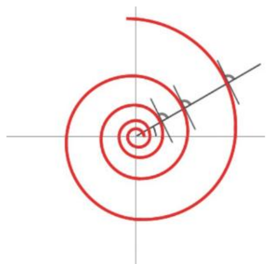
切断に最適な開き角度を常にキープ！



5 数学的背景（ベルヌーイカーブの性質）

ベルヌーイカーブには次のような性質がある。
「曲線上の任意の点に対し、原点とその点を結ぶ直線と、その点における接線のなす角は常に一定となる」

＊（画像）プラス株式会社HPより



6　ベルヌーイカーブの定義式と性質の例

ベルヌーイカーブの定義式は

$$\begin{cases} x = ae^{b\theta}\cos\theta \\ y = ae^{b\theta}\sin\theta \end{cases}$$

曲形式だと

$r = ae^{b\theta}$　となります。

ここで「5」で紹介した性質が成り立つかを確認してみましょう。

（準備）

・原点と任意の点(x, y)を通る直線の傾き

$$\frac{y}{x} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

$$\frac{dx}{d\theta} = a\left(be^{b\theta}\cos\theta - e^{b\theta}\sin\theta\right) = ae^{b\theta}(b\cos\theta - \sin\theta)$$

$$\frac{dy}{d\theta} = a\left(be^{b\theta}\sin\theta + e^{b\theta}\cos\theta\right) = ae^{b\theta}(b\sin\theta + \cos\theta)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b\sin\theta + \cos\theta}{b\cos\theta - \sin\theta}$$

（具体例）

$a = 1, b = 1$　とする。すなわち定義式が $\begin{cases} x = e^{\theta}\cos\theta \\ y = e^{\theta}\sin\theta \end{cases}$ の場合において

任意の点 P(x, y)に対し、接線方向のベクトルを $\vec{t}$ とすると

$\overrightarrow{OP} = (x, y)$　, $\vec{t} = (\cos\theta - \sin\theta, \sin\theta + \cos\theta\ )$

これらのベクトルのなす角をαとすると

$$\left|\overrightarrow{OP}\right|^2 = r^2 = \left(e^{\theta}\right)^2 = e^{2\theta}$$

$$\left|\vec{t}\right|^2 = (\cos\theta - \sin\theta)^2 + (\sin\theta + \cos\theta)^2 = 2$$

$$\overrightarrow{OP}\cdot\vec{t} = e^{\theta}\cos\theta\,(\cos\theta - \sin\theta) + e^{\theta}\sin\theta\,(\sin\theta + \cos\theta)$$

$$= e^{\theta}$$

$\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{OP}\cdot\vec{t}}{\left|\overrightarrow{OP}\right|\cdot\left|\vec{t}\right|} = \dfrac{e^{\theta}}{e^{\theta}\cdot\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　したがって　$\alpha = \dfrac{\pi}{4}$

7　ベルヌーイカーブの性質の証明

「6」で行った計算を、任意のa, bについて行うと

$$\left|\overrightarrow{OP}\right| = ae^{b\theta}$$

$$\left|\vec{t}\right| = \sqrt{b^2 + 1}$$

$$\overrightarrow{OP}\cdot\vec{t} = abe^{b\theta}$$

$$\cos\alpha = \frac{abe^{b\theta}}{ae^{b\theta}\sqrt{b^2+1}} = \frac{b}{\sqrt{b^2+1}}$$

よって、なす角はパラメータθによらず一定であることがわかる。

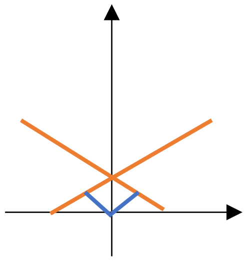
＊$\alpha = 15°$の場合　$\dfrac{b}{\sqrt{b^2+1}} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$　$\rightarrow b = \sqrt{\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}} \fallingdotseq 0.6050$

8　はさみと切れ角の関係

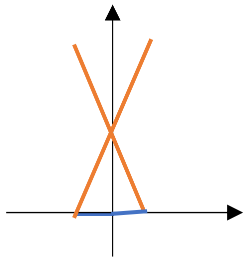
はさみの軌跡は次のように表現できる。

(1) ストレートカーブの場合

（切りはじめ）

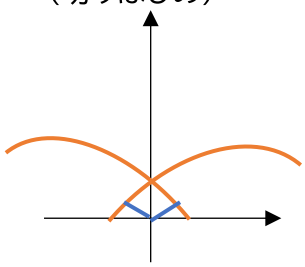


（切りおわり）

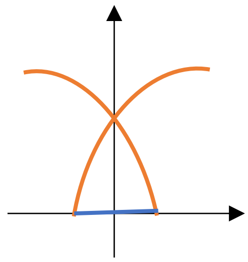


(2) ベルヌーイカーブの場合

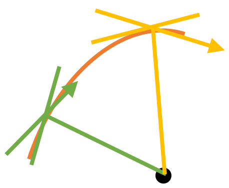
（切りはじめ）



（切りおわり）



(3) ベルヌーイカーブを固定、y軸を回転させるイメージ



9　参考文系・参考サイト

・プラス株式会社　HP
　https://bungu.plus.co.jp/special/st/fitcutcurve/about/
・イズミの数学
　https://izu-mix.com/math/?p=2304

10 Special Thanks

　本レポートにつきましては、プラス株式会社様より HP 掲載内容の転用許可をいただきました。本研究会へのご理解・ご協力につきまして、感謝申し上げます。