

## 三角比表を用いた角の近似について

上川高等学校 岡崎知之

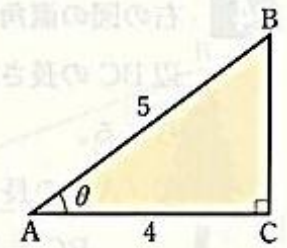
先日、今までは当たり前だと思っていたことに疑問を持ちました。  
きっかけは下の問題でした。

例 右の図における  $\theta$  のおおよその大きさ

15 **3** 図より  $\cos \theta = \frac{4}{5} = 0.8$

三角比の表から、 $\cos \theta$  の値が 0.8 に  
近い  $\theta$  を求めると

$\theta \approx 37^\circ$



終

(数研出版 新編「数学 I」H23年版より)

みなさんは「近い」をどう考えますか…?

(A) ストレートに考える

$$0.8 \text{ は } \cos 36^\circ = 0.8090 \text{ との差が } 0.0090$$
$$\cos 37^\circ = 0.7986 \text{ との差が } 0.0014$$

よって  $37^\circ$  のほうが近い。

(B) 厳密に考える

$$\cos 36.5^\circ = 0.8039. \text{ これを「基準値」とすると}$$
$$0.8 < 0.8039 \text{ なので } \theta > 36.5^\circ$$

よって  $37^\circ$  のほうが近い。

三角比表を利用して「近い」角度を近似値として採用する、というときは(A)になりますが、理論的には(B)が正しいと思います。

(A)と(B)との差  $\left| \frac{f(n)+f(n+1)}{2} - f(n+0.5) \right|$  (( )内は度数) は

答に影響を与えないのでしょうか？実際に調べてみました。(別紙参照)

すると教科書や問題集で扱っている角度については、(A)の方法で問題がないということが分かりました。(スキー場の斜面を $80^\circ$ に設定する人なんていないでしょうから…)

さて話が変わりますが、「よく使う三角比」(教科書によっては、タイトルが違います。)という一節がありますが、国によっては三角比の値は関数電卓任せで、暗記しない国もあるそうです。

ではなぜ、日本の数学教育では $30^\circ \cdot 45^\circ \cdot 60^\circ$ の三角比を「よく使う」のでしょうか。私は2つの仮説を立てました。

(あ)幾何学的に簡潔に求められるから

「よく使う三角比」は単位円を用いて簡潔に求められます。

また値も簡潔です。学生に説明しやすく、公式が利用可能かを確かめる際にも計算しやすいから？

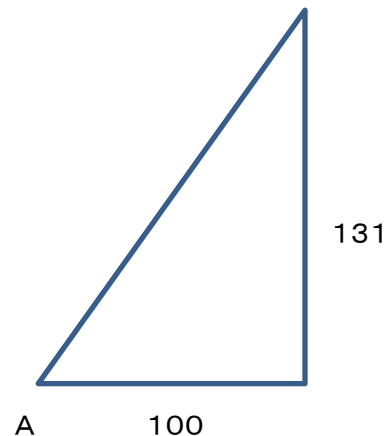
(い)近似に用いるため

測量をしたい、しかし関数電卓や三角比表がない！

そんなときに「よく使う三角比」をもとに、角を近似できるから？

ところが(い)の理由では、近似値の問題が発生します。

(例)次の三角形の角Aの度数について、  
 $45^\circ \cdot 60^\circ$ のいずれに近いか



$$\tan A = 131 / 100 = 1.31$$

$$\tan 45^\circ = 1, \quad \tan 60^\circ = 1.732$$

「近い」のはどっち？

(A)三角比表での基準値は…

$$(\tan 45^\circ + \tan 60^\circ) / 2 = (1 + \sqrt{3}) / 2 = 1.3660$$

となって、xは45° 寄りの角となる。

(B)の基準値は…

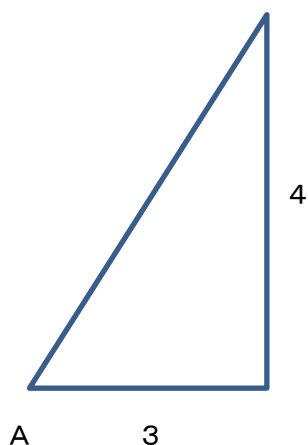
$$\tan 52.5^\circ = 1.3032$$

となって、xは60° 寄りの角となる。

さて実際には…52.6°です。(B)の方が正しい近似であることが分かります。

この問題に似た誤答を最近体験しました。

Q. 次の三角形の角Aの度数を求めよ。



A. 与えられた三角形を直径5の円に内接

させると、半円の弧を

4 : 3に内分するので、

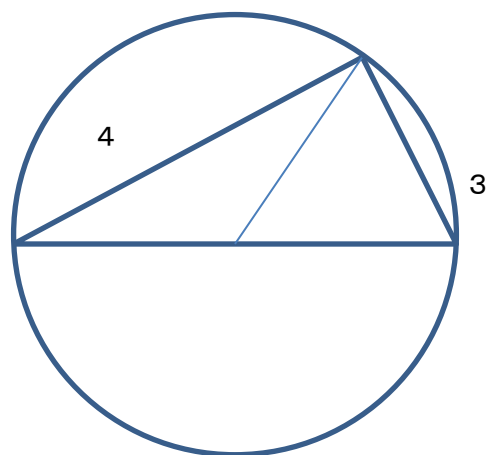
3に対する中心角は

$$180 \times (3 / 7) \doteq 77^\circ$$

よって

$$A = (180^\circ - 77^\circ) / 2$$

$$= 51.5^\circ$$



正解は約53°です。

三角比には要注意ですね。

(2012. 12. 1)

### 三角比表の基準値 と 三角関数の基準値 との比較

角度	sin	cos	tan	三角比表との誤差		
				sin	cos	tan
0.5	0.0087	1.0000	0.0087	0.0000	0.0000	0.0000
1.5	0.0262	0.9997	0.0262	0.0000	0.0000	0.0000
2.5	0.0436	0.9990	0.0437	0.0000	0.0000	0.0000
3.5	0.0610	0.9981	0.0612	0.0000	0.0000	0.0000
4.5	0.0785	0.9969	0.0787	0.0000	0.0000	0.0000
5.5	0.0958	0.9954	0.0963	0.0000	0.0000	0.0000
6.5	0.1132	0.9936	0.1139	0.0000	0.0000	0.0000
7.5	0.1305	0.9914	0.1317	0.0000	0.0000	0.0000
8.5	0.1478	0.9890	0.1495	0.0000	0.0000	0.0000
9.5	0.1650	0.9863	0.1673	0.0000	0.0000	0.0000
10.5	0.1822	0.9833	0.1853	0.0000	0.0000	0.0000
11.5	0.1994	0.9799	0.2035	0.0000	0.0000	0.0000
12.5	0.2164	0.9763	0.2217	0.0000	0.0000	0.0000
13.5	0.2334	0.9724	0.2401	0.0000	0.0000	0.0000
14.5	0.2504	0.9681	0.2586	0.0000	0.0000	0.0000
15.5	0.2672	0.9636	0.2773	0.0000	0.0000	0.0000
16.5	0.2840	0.9588	0.2962	0.0000	0.0000	0.0000
17.5	0.3007	0.9537	0.3153	0.0000	0.0000	0.0000
18.5	0.3173	0.9483	0.3346	0.0000	0.0000	0.0000
19.5	0.3338	0.9426	0.3541	0.0000	0.0000	0.0000
20.5	0.3502	0.9367	0.3739	0.0000	0.0000	0.0000
21.5	0.3665	0.9304	0.3939	0.0000	0.0000	0.0000
22.5	0.3827	0.9239	0.4142	0.0000	0.0000	0.0000
23.5	0.3987	0.9171	0.4348	0.0000	0.0000	0.0000
24.5	0.4147	0.9100	0.4557	0.0000	0.0000	0.0000
25.5	0.4305	0.9026	0.4770	0.0000	0.0000	0.0000
26.5	0.4462	0.8949	0.4986	0.0000	0.0000	0.0000
27.5	0.4617	0.8870	0.5206	0.0000	0.0000	0.0001
28.5	0.4772	0.8788	0.5430	0.0000	0.0000	0.0001
29.5	0.4924	0.8704	0.5658	0.0000	0.0000	0.0001
30.5	0.5075	0.8616	0.5890	0.0000	0.0000	0.0001
31.5	0.5225	0.8526	0.6128	0.0000	0.0000	0.0001
32.5	0.5373	0.8434	0.6371	0.0000	0.0000	0.0001
33.5	0.5519	0.8339	0.6619	0.0000	0.0000	0.0001
34.5	0.5664	0.8241	0.6873	0.0000	0.0000	0.0001
35.5	0.5807	0.8141	0.7133	0.0000	0.0000	0.0001
36.5	0.5948	0.8039	0.7400	0.0000	0.0000	0.0001
37.5	0.6088	0.7934	0.7673	0.0000	0.0000	0.0001
38.5	0.6225	0.7826	0.7954	0.0000	0.0000	0.0001
39.5	0.6361	0.7716	0.8243	0.0000	0.0000	0.0001
40.5	0.6494	0.7604	0.8541	0.0000	0.0000	0.0001
41.5	0.6626	0.7490	0.8847	0.0000	0.0000	0.0001
42.5	0.6756	0.7373	0.9163	0.0000	0.0000	0.0001
43.5	0.6884	0.7254	0.9490	0.0000	0.0000	0.0001
44.5	0.7009	0.7133	0.9827	0.0000	0.0000	0.0001
45.5	0.7133	0.7009	1.0176	0.0000	0.0000	0.0002
46.5	0.7254	0.6884	1.0538	0.0000	0.0000	0.0002
47.5	0.7373	0.6756	1.0913	0.0000	0.0000	0.0002
48.5	0.7490	0.6626	1.1303	0.0000	0.0000	0.0002

34.5	0.5664	0.8241	0.6873	0.0000	0.0000	0.0001
35.5	0.5807	0.8141	0.7133	0.0000	0.0000	0.0001
36.5	0.5948	0.8039	0.7400	0.0000	0.0000	0.0001
37.5	0.6088	0.7934	0.7673	0.0000	0.0000	0.0001
38.5	0.6225	0.7826	0.7954	0.0000	0.0000	0.0001
39.5	0.6361	0.7716	0.8243	0.0000	0.0000	0.0001
40.5	0.6494	0.7604	0.8541	0.0000	0.0000	0.0001
41.5	0.6626	0.7490	0.8847	0.0000	0.0000	0.0001
42.5	0.6756	0.7373	0.9163	0.0000	0.0000	0.0001
43.5	0.6884	0.7254	0.9490	0.0000	0.0000	0.0001
44.5	0.7009	0.7133	0.9827	0.0000	0.0000	0.0001
45.5	0.7133	0.7009	1.0176	0.0000	0.0000	0.0002
46.5	0.7254	0.6884	1.0538	0.0000	0.0000	0.0002
47.5	0.7373	0.6756	1.0913	0.0000	0.0000	0.0002
48.5	0.7490	0.6626	1.1303	0.0000	0.0000	0.0002
49.5	0.7604	0.6494	1.1708	0.0000	0.0000	0.0002
50.5	0.7716	0.6361	1.2131	0.0000	0.0000	0.0002
51.5	0.7826	0.6225	1.2572	0.0000	0.0000	0.0002
52.5	0.7934	0.6088	1.3032	0.0000	0.0000	0.0003
53.5	0.8039	0.5948	1.3514	0.0000	0.0000	0.0003
54.5	0.8141	0.5807	1.4019	0.0000	0.0000	0.0003
55.5	0.8241	0.5664	1.4550	0.0000	0.0000	0.0003
56.5	0.8339	0.5519	1.5108	0.0000	0.0000	0.0004
57.5	0.8434	0.5373	1.5697	0.0000	0.0000	0.0004
58.5	0.8526	0.5225	1.6319	0.0000	0.0000	0.0005
59.5	0.8616	0.5075	1.6977	0.0000	0.0000	0.0005
60.5	0.8704	0.4924	1.7675	0.0000	0.0000	0.0006
61.5	0.8788	0.4772	1.8418	0.0000	0.0000	0.0006
62.5	0.8870	0.4617	1.9210	0.0000	0.0000	0.0007
63.5	0.8949	0.4462	2.0057	0.0000	0.0000	0.0008
64.5	0.9026	0.4305	2.0965	0.0000	0.0000	0.0009
65.5	0.9100	0.4147	2.1943	0.0000	0.0000	0.0010
66.5	0.9171	0.3987	2.2998	0.0000	0.0000	0.0011
67.5	0.9239	0.3827	2.4142	0.0000	0.0000	0.0013
68.5	0.9304	0.3665	2.5386	0.0000	0.0000	0.0014
69.5	0.9367	0.3502	2.6746	0.0000	0.0000	0.0017
70.5	0.9426	0.3338	2.8239	0.0000	0.0000	0.0019
71.5	0.9483	0.3173	2.9887	0.0000	0.0000	0.0023
72.5	0.9537	0.3007	3.1716	0.0000	0.0000	0.0027
73.5	0.9588	0.2840	3.3759	0.0000	0.0000	0.0032
74.5	0.9636	0.2672	3.6059	0.0000	0.0000	0.0038
75.5	0.9681	0.2504	3.8667	0.0000	0.0000	0.0047
76.5	0.9724	0.2334	4.1653	0.0000	0.0000	0.0058
77.5	0.9763	0.2164	4.5107	0.0000	0.0000	0.0073
78.5	0.9799	0.1994	4.9152	0.0000	0.0000	0.0094
79.5	0.9833	0.1822	5.3955	0.0000	0.0000	<b>0.0124</b>
80.5	0.9863	0.1650	5.9758	0.0000	0.0000	<b>0.0168</b>
81.5	0.9890	0.1478	6.6912	0.0000	0.0000	<b>0.0234</b>
82.5	0.9914	0.1305	7.5958	0.0000	0.0000	<b>0.0341</b>
83.5	0.9936	0.1132	8.7769	0.0000	0.0000	<b>0.0525</b>
84.5	0.9954	0.0958	10.3854	0.0000	0.0000	<b>0.0868</b>
85.5	0.9969	0.0785	12.7062	0.0000	0.0000	<b>0.1592</b>
86.5	0.9981	0.0610	16.3499	0.0000	0.0000	<b>0.3410</b>
87.5	0.9990	0.0436	22.9038	0.0000	0.0000	<b>0.9549</b>
88.5	0.9997	0.0262	38.1885	0.0000	0.0000	<b>4.7746</b>
89.5	1.0000	0.0087	114.5887	0.0000	0.0000	#####