

# 札幌啓成 理数科の **探究**型授業について

～探究で知的好奇心と学力伸びたのでオススメだよって話～

北海道札幌啓成高校 数学科 杉本 拓也

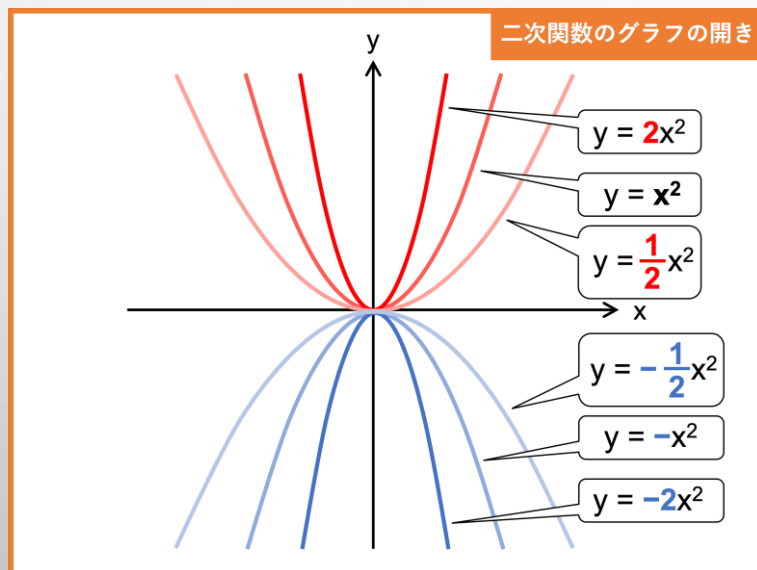
# 概要

探究活動  
盛んな  
理科。



「知的好奇心」伸ばしたい！

普通の授業→**探究型授業**に！



例) 2次関数導入の授業

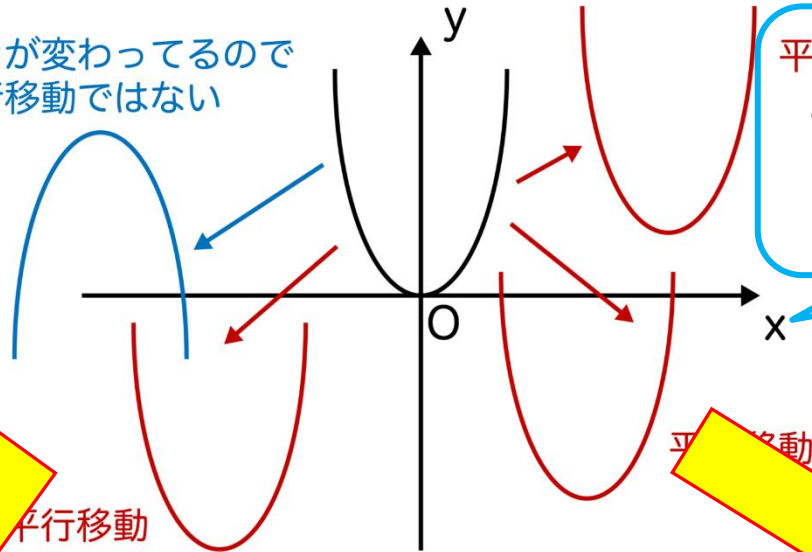
← 中学校の自由度はここまで。

2次関数をもっと**自由**にしてください。

向きが変わってるので  
平行移動ではない

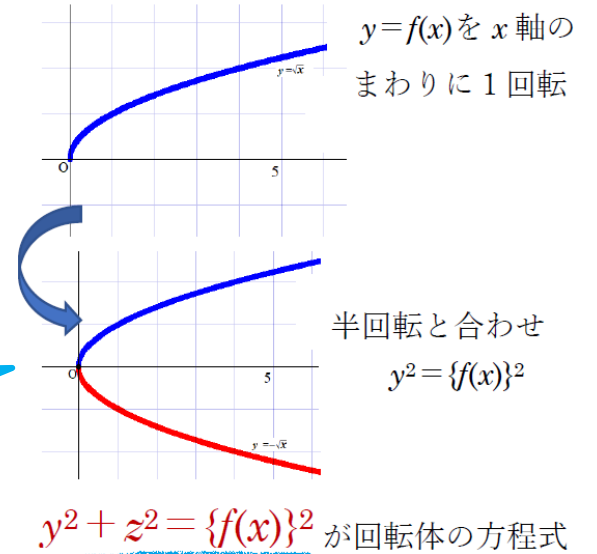
平行移動

平行移動・対称移動したい！  
関数はどうなるんだろう？



頂点どうなる？  
軸と交点できた。  
これどういう特徴？

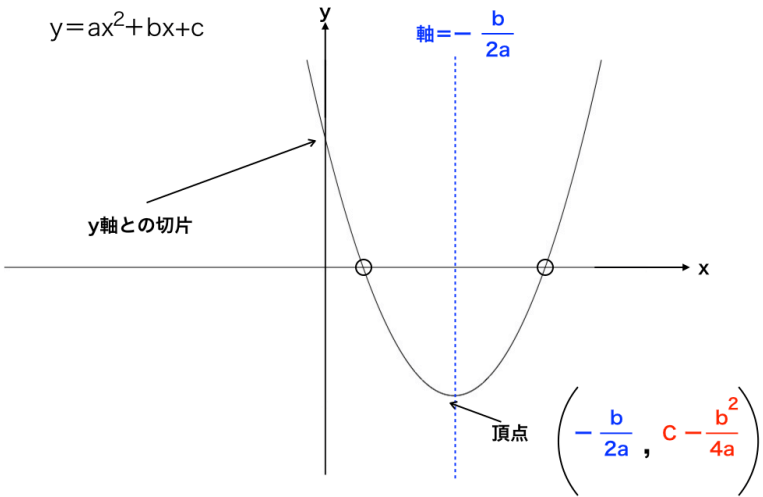
90度回転。これって関数？  
関数で表すと？



$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{軸} = -\frac{b}{2a}$$

y軸との切片



知的好奇心くすぐる自由な発問

→自分たちで探究。(どうなるんだろうと考えた)

その結果が、教科書の内容だった。  
という授業をベースに。

# ○夏休みの課題廃止 (やらされる勉強はつまらない)。自由研究に。

※やった事はないが、scratchにチャレンジ

1年生  
ある生徒の発表

```
whenClicked:
  setTrialCount to 0
  setUnchangedWinCount to 0
  setChangedWinCount to 0
  loop 100000 times:
    setRandomDoor to random 0-2
    setChosenDoor to random 0-2
    setMontyOpenDoor to random 0-2
    loop while (MontyOpenDoor != ChosenDoor) and (MontyOpenDoor != RandomDoor):
      setMontyOpenDoor to random 0-2
    if (ChosenDoor == RandomDoor):
      setUnchangedWinCount += 1
      setChangeDoor to random 0-2
      loop while (ChangeDoor == ChosenDoor) and (ChangeDoor == MontyOpenDoor):
        setChangeDoor to random 0-2
      if (ChangeDoor == RandomDoor):
        setChangedWinCount += 1
    setTrialCount += 1
```

面白いので...

※試行回数を10, 100, 1000, 10000, 100000と変えて試してみる。

※星取りという啓成の自学自習システムは継続。

# 授業にしちゃおう！

Python使用。

「このコードって何のこと？」

円の方程式

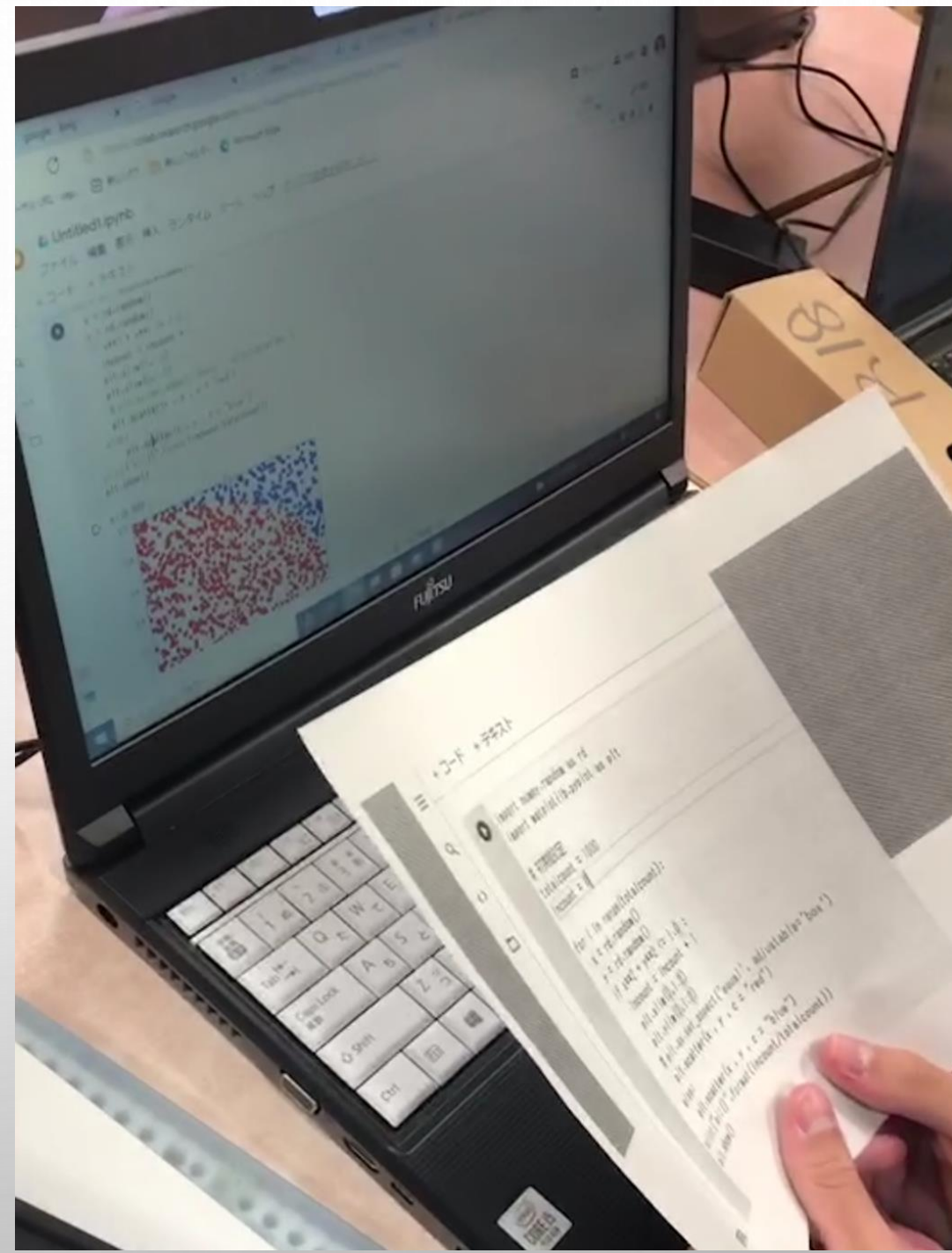
× 確率

× プログラミング (英語・ロジック)

(啓成ウリのSTEAM教育)

1年10月。※円の方程式は未習。

だからこそ推測が楽しめる。



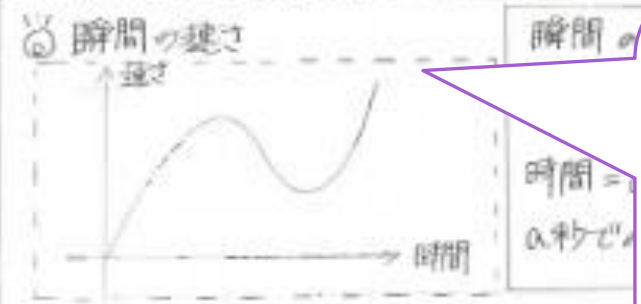
数学教師の天敵

「数学って何の役に立つんですか？」問題。

探究

しようか。

Q. 百分制が社会でどのように役立っているのか?



瞬間の  
時間 =  
0.1秒で

④ 時間-速さのグラフが関数でない  
(ぐちゃぐちゃのグラフのとき)

① 近い関係をとる

右上のグラフで  
 $y = ax^4 + bx^3 + \dots$   
(a, b, c, d, eは定数)

② 部分を切り取る

○ 部分を切り取る  
右上のグラフの  
 $y = ax^3 + bx^2$   
 $y = 30x^2 + 26x$

⑤ 微分積分が役立っている点 (瞬間の速さ)

↑7の例として、速度違反の取り締まり



警察AB間の距離が70kmである車は7時間で来る  
平均の速さ 時速70km だが、途中で100km/時になって  
同じ速さとならなければ、

→ 瞬間の速さがわかれば、速度違反の取り締まりが可能となる

# 微積が

## どう役立っているか

### 探究(2年8~9月)

「探究」なので

何回も提出OK!

評価上書き。

#### 学習後の自己評価

学習内容をふりかえり考えたことを書こう。  
よめる・複雑なものを正確に  
その  
り、それを切り取ったりと、自分の  
知識を自分に移そうようになった。  
る公式の形にそっていったり、  
新しい解法にしたり画期的な考え

	第1提出日 (8/19)	第2提出日 (9/12)	最終提出日 ( / )
内容		わかやま、い、複分 同じ考えだ。	
評価	よめる、 計算式も同じか?		
理由と 行なったこと		大文字でイが説明す るのではなく式を用い 証明だけでなく分かり やすく結論を書いてみ てみた。	

評価	粘り強さ (あきらめない・継続努力)	自己調整 (学びを改善させているか)
5	単元を通して深めたい問題に対し、粘り強く考えたり、取り組んだことが着実に進んでいることが読み取れる。	段階的な提出を経て、自己の学習の進捗状況をもモニタリングしながら改善を図ろうと、具体的な改善策を意図的に考え、実行継続して実行していることが読み取れる。
4	5と3の間	5と3の間
3	単元を通して深めたい問題に対し、粘り強く考えたり、取り組んだことが具体的に書かれており、努力が読み取れる。	段階的な提出を経て、自己の学習の進捗状況をもモニタリングしながら改善を図ろうと、具体的な改善策を考え、実行していることが読み取れる。
2	3と1の間	3と1の間
1	単元を通して深めたい問題に対し、粘り強く考えたり、取り組んだことが抽象的に書かれており、その努力を読み取ることが難しい。	自己の学習の進捗状況をもモニタリングしながら改善を図ろうとしていることが抽象的に書かれており、その改善策を考え実行したか読み取ることが



札幌啓成高 北大生が模擬授業

# 大学数学のレベル体感

## 高大接続、SSHの一環

札幌啓成高校（近藤浩文校長）は昨年12月、2日間にわたって大学数学の模擬

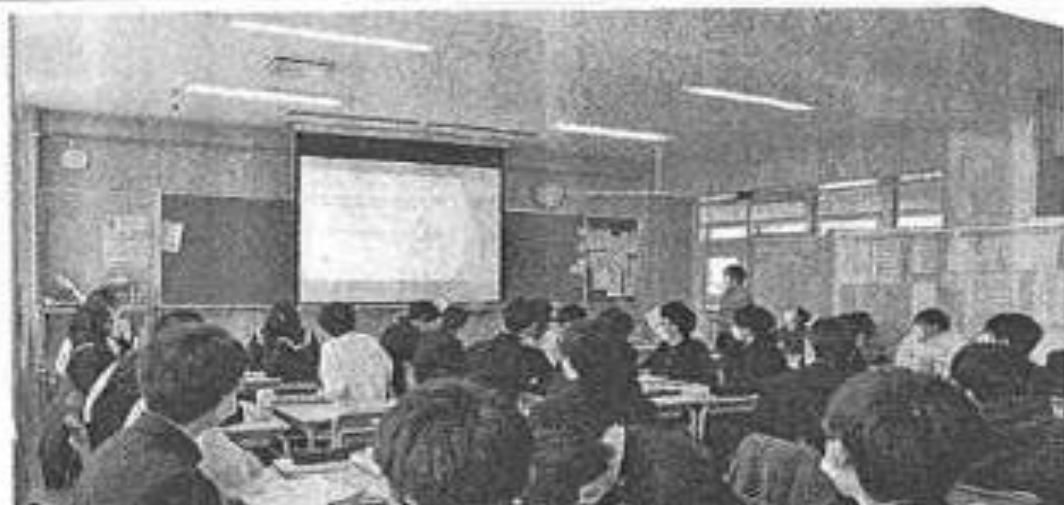
授業を行った。高校数学から大学数学への高大接続の連携授業。北海道大学理学部の学生が講師としてオンラインで解説した。2年生39人は高校での学習がどのように活用されているか考え、理解を深めた。

同校は、2年度から文部科学省「スーパーサイエンスハイスクール」の指定を受けている。本年度からは科学技術人材育成重点枠の指定を受け、国際的リーダーの育成に向けた取組を進めている。

はじめに、杉本拓也教諭は「高校数学をどのように使っているのか」「社会にどのように役に立つのか」の2点に注目しながら学習するように課題を提示。大学数学の学びを深めるよう呼びかけた。

続いて、北大の学生が「微分方程式への誘い」と題し

解説。  
人口の増減や生物の個体数の時間変化を表すことができる微分方程式をロジスティクス方程式ということを説明し「生物に関する研究でこのような方程式が使



管理職がサポートして下さり実現しましたM(-- )M

やるからには

# 本物

を。

3年生は受験勉強に専念...

いやいや！

受験生だからこそ

探究でしょ！

※だって思考力を問う試験なのだから。思考力鍛えなきゃ。

# 過去問こそ探究!

(授業の流れ)

## 1時間目

- ①各自好きな過去問解く
- ②振り返り
- ③探究
- ④ペアにプレゼン  
質疑受ける

## 2時間目

- ⑤質疑応答
- ⑥グループ発表
- ⑦未解決問題  
全体で考える

深める1問! ( )年( )組( )番 氏名( )

教科名	問題番号	評価
( )	( )	組 ( ) / 5 個 ( ) / 5

(探究する!) ↓のどれかを選び、○をつける。  
別解作成&比較 ・ 自作問題作成&解いて自己評価 ・ 日常生活との関わり調べどう利用できるか  
解法振り返り&拡張 ・ 他( )

(探究する!) ↓のどれかを選び、○をつける。

別解作成&比較 ・ 自作問題作成&解いて自己評価 ・ 日常生活との関わり調べどう利用できるか  
解法振り返り&拡張 ・ 他( )

$h(x) = (x-c)(x-d)$ , ただし  $c < d$  とした。

2次方程式  $h(g(t)) = 0$  が異なる2個の実数解をもつ  $c, d$  を求めよ。

対称軸  $t = \frac{c+d}{2}$  のとき  
 $t < -\frac{c+d}{2}$  かつ  $c < t < d$  1個  
 $c < -\frac{c+d}{2}$  かつ  $c < t < d$  2個  
 $-\frac{c+d}{2} < t < \frac{c+d}{2}$  かつ  $c < t < d$  3個



$$g(t) = (10t-a)(10t-b) \\ = 100 - 10t(a+b) + ab \\ t = -\frac{100-ab}{-10(a+b)} \\ g(t) = (10t-a)(10t-b) \\ = 100 - 10t(a+b) + ab$$

2回目以降の提出では、前回の記述の分の終わりに「マーク」などをつけ、改善が分かるようにしてね。

条件をかえたのはOK. そこからどう問題が様変わりするか。  
そこから本質がみえてきます. 一般化までできるか. 6次で止まるのか,

# 探究型授業やって良かったことは？

考える問題に強くなった。

※知は星取りの反復でカバー。

思と態が伸びる！  
(入試点も上がった)

数ⅠA: 高1 11月終了  
数ⅡB: 高2 8月終了  
数Ⅲ: 高3 4月終了

まとめてやるので進度が上がる！

受験終了の翌日  
「やっと大学物理勉強できる」  
という子も。

知的好奇心伸ばせる！

国公立大学合格者数 (令和6年3月25日現在)

大学名	一般	推薦 総合型	浪人	合計
<b>北海道大学</b>	<b>12</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>14</b>
小樽商科大学	10	2		12
北海道教育大学札幌校	11	1		12
北海道教育大学旭川校	6	1		7
北海道教育大学釧路校	1			1
北海道教育大学岩見沢校	3	1	1	5
北海道教育大学函館校	3	1		4
帯広畜産大学	2	1	1	4
室蘭工業大学	20	1	1	22
旭川医科大学	3			3
札幌医科大学	2	1	1	4
札幌市立大学	6	2		8
千歳科学技術大学	11	2		13
北見工業大学	3		1	4
旭川市立大学	7	1		8
名寄大学	3			3
釧路公立大学	10			10
<b>東京大学</b>			<b>1</b>	<b>1</b>
<b>大阪大学</b>	<b>2</b>			<b>2</b>
横浜国立大学	1			1
岡山大学			1	1
千葉大学	2			2
埼玉大学	1		2	3
金沢大学	1			1
弘前大学	23	2	1	26
茨城大学	2			2
宇都宮大学	1			1
秋田大学	1			1
信州大学	1			1
静岡大学	1			1
富山大学		1		1
島根大学	1			1
琉球大学(2)横浜市立大学(2)東京都立大学(1) 山梨県立大学(1)前橋工科大学(1)長崎県立大学(1)				8
合計	158	18	11	187

進路結果  
2024

過去最高  
国公立大学  
現役合格者数  
176人

卒業生の特徴について「模試の成績では、国英は例年通りだったが数学は突出して高かった。そのおかげで全体の偏差値が高くなり、生徒の自信が活かしてきた。

「啓成生にはポテンシャルが充分にある」と話すのは、前年度に卒業生を輩出した前進路指導部の長谷川裕恭先生。先生はこの学年の模試のデータを入学時から細かく分析し、進路便りなどを通して積極的に進路指導に活かしてきた。

この春に卒業した生徒の国公立大学合格者数は176人で、前年度に続き歴代最高を更新した。さらに、北大の現役合格者数は43年ぶりに2桁を超え、史上最多の13人となる快挙を成し遂げた。

現役・北大13名、阪大2名

二ケタは1980年11名以来

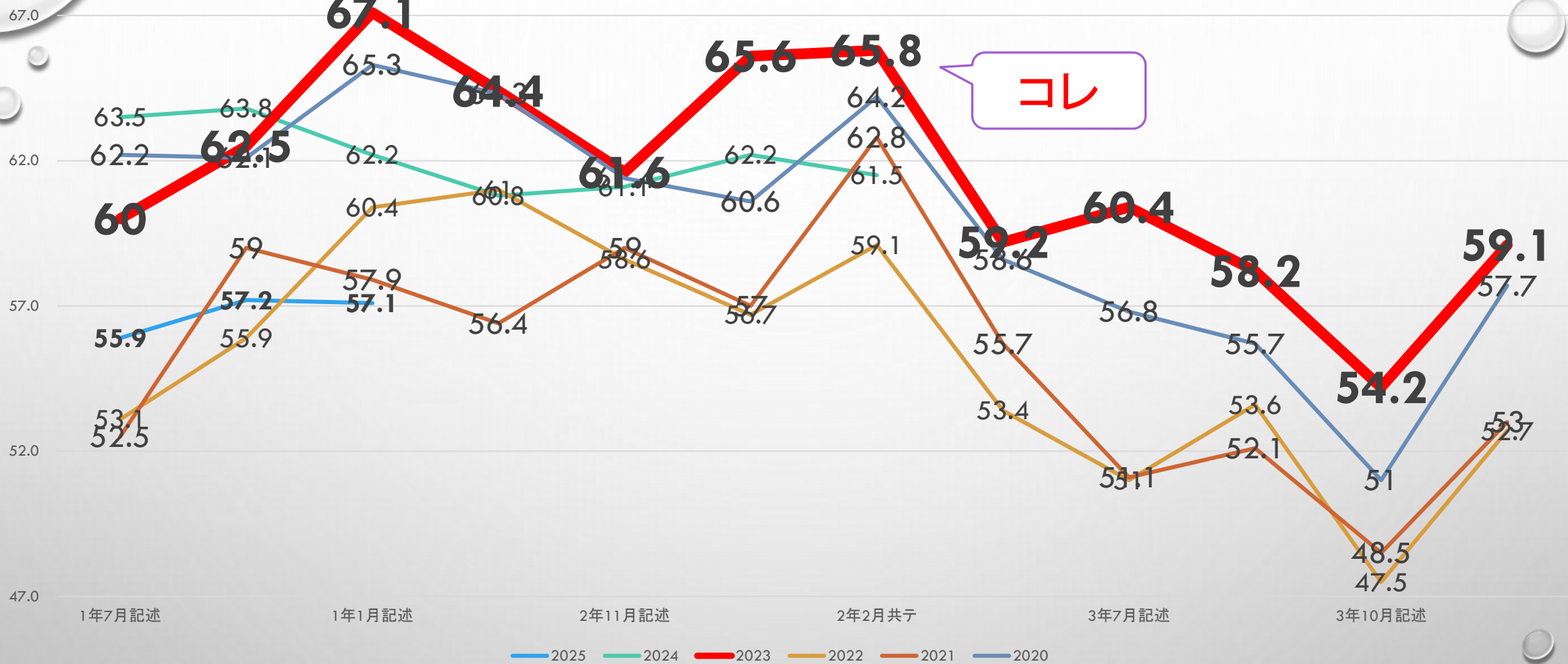
今年も多くの啓成生が現役合格し、国公立大学合格者は昨年の過去最高を更新し上回る176人となった。そこで前進路指導部の長谷川裕恭先生や英数国の教科担任、合格者に成功の秘訣について取材した。

静岡大学	1			1
富山大学		1		1
島根大学	1			1
琉球大学(2)横浜市立大学(2)東京都立大学(1) 山梨県立大学(1)前橋工科大学(1)長崎県立大学(1)				8
合計	158	18	11	187



「成績の推移は「入学当初から高かったのではなく、1年生のスタディサポートの結果は例年並みだった」と語る。

# 理数科 模試 平均偏差値推移



模試も、鍛えた**思考力**と主体的態度(**粘り強さ**)で戦える<sup>4</sup>。

# 共通テストも探究型は相性が良い。

24年共通テスト自己採点(全国平均109点 啓成平均110.8点)

	2024	2024	2024	2024
	札幌啓成	札幌啓成	札幌啓成	札幌啓成
	01106	01106	01106	01106
	高校3年生	高校3年生	高校3年生	高校3年生
	理数科	理数科 $\alpha$ (数Ⅲ選択)	理数科	理数科 $\alpha$ (数Ⅲ選択)
	共通テスト	共通テスト	共通テスト	共通テスト
	数学12	数学12	5教科総合	5教科総合
人数	34	25	31	25
平均点	<b>135.3</b>	<b>145.6</b>	<b>627.7</b>	<b>639.8</b>
標準偏差	28.5	20.7	79.7	71.8
満点	200	200	900	900

※ 共通テスト対策は3年12月のみ。(過去問3年分扱うのみで手一杯)

# 2次試験も探究型授業は相性が良い。

全統北大OP(3年11月)

型・科目 (配)	数学 I II III A B			進路状況						啓成全体(現役生のみ)		
	(150)			北大理	(内訳)	北大文	他大例	合計 (名)	国公立 (名)	啓成全体	北大	国公立
	受験 人数	平均 点	平均 偏差値									
2023 理数科	10	67.9	54.9	7	理6放1	1	大阪2	10	29	啓成全体	13	176
2022 理数科	8	57.8	46.2	2	理2			2	22	啓成全体	4	110
2021 理数科	8	49.8	44.5	1	理1			1	20	啓成全体	2	99
2020 理数科	12	54.2	47.1	3	理2看1		九州1筑波1	5	23	啓成全体	5	95
2019 理数科	10	76.4	52.4	4	理1水2作1	1	筑波1東北1	7	25	啓成全体	8	88
2018 理数科	15	30.5	46.2	1	歯1	2	横国1筑波1	5	18	啓成全体	9	103
2017 理数科	11	51.6	47.3	4	理4	1	東北1	5	18	啓成全体	5	77

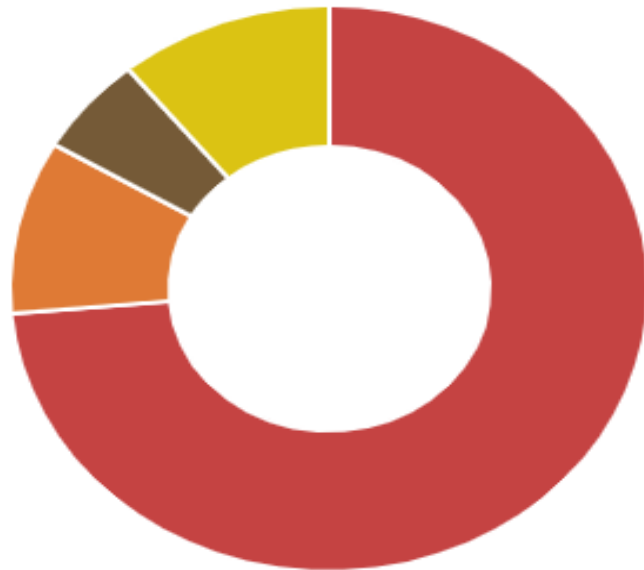
※ ちなみに物理と英語も過年度比較で群を抜いて高く(他教科も例年より高め)総合学力が高くなりました。  
1年4月スタサポは例年概ね変わらずです。つまり、数学だけではない力がついたということ。



一応言っておきますが...本校は**通塾率低い**です。

設問 21 「高校3年間」で塾・予備校には通っていましたか？（夏期講習のみなど、短期のものは含みません）

未回答を含める 回答数 212



- 選択肢 1 156人(73.58%) 通っていない
- 選択肢 2 21人(9.91%) 高校1年（それより前から）から通っていた
- 選択肢 3 12人(5.66%) 高校2年から通っていた
- 選択肢 4 23人(10.85%) 高校3年から通っていた

塾・予備校は4人に1人。大多数は授業・講習、参考書学習をベースに自分で、そして放課後友人と教え合いをして合格していました！（自分たちで考え話し合う文化形成）<sup>17</sup>  
（アンケートを見ると、阪大・北大現役合格者15人中...塾などに通った人は2人でした）

まとめ

探究型授業を探究したら

知的好奇心と学力が伸びた。

**(最重要)**

各先生の探究型授業をシェアできる数実研は素晴らしいよねって話。

声かけして広げてね(宣伝)。

# 私の探究

授業改善中なう。数実研でヒントもらい試行錯誤しております...

チョーク&トーク  
学生講師時代

例え多め笑いあり生徒ウケ授業  
& 演習ゴリゴリ

Teaching Other型授業  
(普通科)

意欲ない子にあつた授業へ

定着しない子にあつた授業へ

思考力(地頭)伸ばす授業へ

## ①教科書を進める

→教科書例題数題解ける要素込めた「1つの発問」

## ②発問し当てる

→発問しペア話し合う

## ③生徒つまったら丁寧に解説

→ヒント出しペアで再度考える(できたペアから演習へ)  
最後ポイント解説(生徒あまり聞かない。これが成功)。

# 探究型授業

(理数科)

以下、生徒の発表。

ワクワクしながら  
探究を楽しんでいる感  
が伝われば幸いです。

# 2年冬休みの自由研究 別解考え比較し楽しんだ生徒

◦ 余り(合同式)で解く場合  
 (証明)  $9^n + 4^{n+1} = 9^n + 4^n \times 4$   
 $9 \equiv 4 \pmod{5}$  より,  
 $9^n \equiv 4^n \pmod{5}$   
 (したがって)  
 $9^n + 4^{n+1} \equiv 4^n + 4 \times 4^n = (1+4) \times 4^n = 5 \times 4^n \equiv 0 \pmod{5}$   
 よってすべての自然数  $n$  について、 $9^n + 4^{n+1}$  は 5 の倍数である。

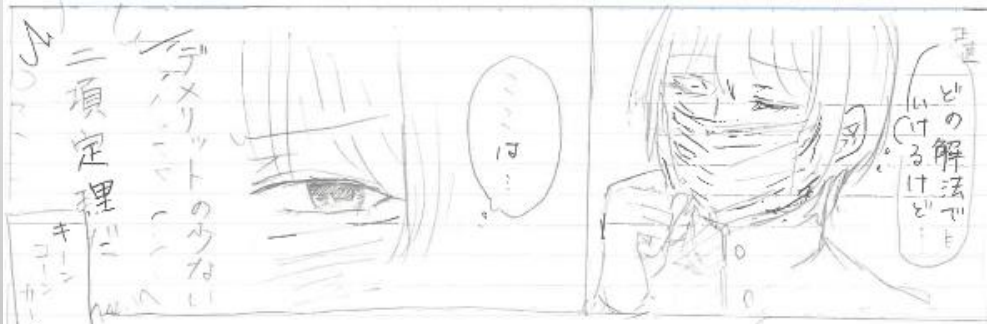
◦ 証明のための文章が少なく済む  
 → 思考が整理されやすい

◦ いくつか注意点がある。(modの性質)



★ 整数問題の解法は主に3つ!!

- 因数分解
- 余り(合同式)
- 不等式による範囲指定



とされているが... 証明問題なら

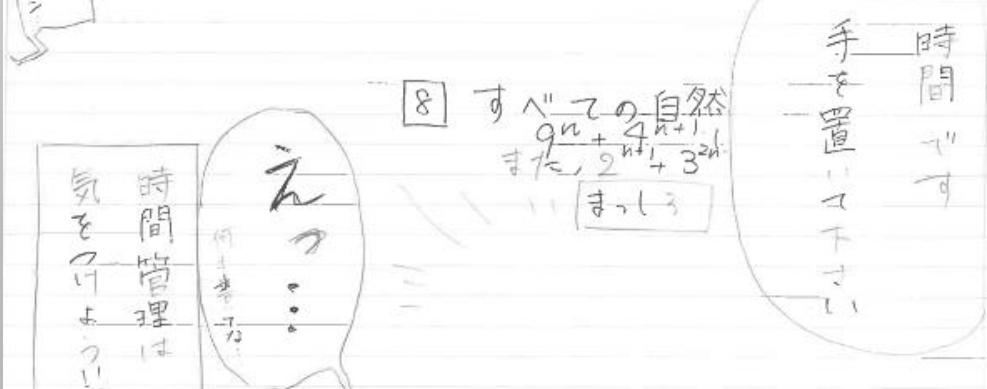
二項定理, 数学的帰納法  
 を用いても解くことができる場合も!



つまり 解き方は一通りでない場合が多い



最適な解法とは...?





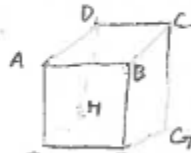
# 入試問題を一般化できないか探究。友人の質疑でさらに深く。

(名古屋大学, 2017)

2

題 (3) / 5

問題: 点Aから始まり、点Pが隣り合う点に移動する確率が等しいとき、  
 $n$ 回目の移動後、点Aに戻らず、点B, D, Eのどちかにいる確率を  $P_n$   
 " " " " " " "  $Q_n$



(探究する!) ↓のどれかを選び、○をつける。

- 別解作成&比較
- 自作問題作成&解いて自己評価
- 日常生活との関わり調べどう利用できる
- 解法振り返り&拡張
- 他( )

帰納法的に  
 言っているが、  
 こゝで数学的  
 帰納法で  
 全ての偶数、奇数が  
 成り立つことを示せるの？

四角柱だけでなく、五角柱などになっても、応用できるか探求する。

五角柱のとき



このように  $n$  が偶数と奇数のとき、  
 $n =$  いる点 が限定されるため、  
 $n =$  偶数と奇数で場合分けして、考えることがで  
 $n =$  きたが、奇数角柱には応用できないか。  
 偶数角柱では似た問題として、処理できる。

応用できるか  
 ても意欲したい。  
 できるようにしてね。

奇数角は  
 $n=5$ で成立しない  
 ため、使えないこと  
 がわかる。  
 偶数角は、  
 $n$ を使って、  
 成り立つことを  
 示せばいいが、  
 前程の  $n=0$  が  
 値によって変わる。  
 式を考えたけど、  
 思いつかなかった。

拡張することで、法則性が見え、本質的な所までいけそうですね。  
 必も探究して、できたらもう一度出して下す。

# 自分の進路にあった問題を自作。「確率」とは？本質に迫る生徒

自作

態 ( 3 ) / 5

糖尿病

1) 1人の患者に7742を受けさせた。7742は実薬と偽薬の2種類あり、どちらをおったかは分からず。この時患者が回復する確率は？ ただし、患者30%の確率で偽薬でも回復する。また、患者が回復したとき偽薬による回復である条件確率は？

確立が「なら確案に起こるが」

統計が100%は過去どうであったからどうなるか33とゆう

確率とは導って考えである

統計の確率を <sup>実際の</sup> 確率に近づけるには

どんな条件が必要なのか

非常におもしろい

確率統計の  
5%水準の有意性

の根拠などに発展しておもしろい

(振り返り)

確率の可なりを区別するの意味が、今回の学習で  
良く理解できまして。現実での確率が統計学として扱われるの  
で、確率の性質が関わっているのかなと思われました。

回復した時、それが偽薬による確率は  
回復である

$$\frac{\frac{3}{20}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{8}$$

これは誤答、すべての場合において同様に確か  
ないため、この確率は求めることができない。



# 見学旅行での疑問を1次不定方程式で考えた生徒

研究計画書 2年8組 ( ) 番 氏名 ( )

タイトル—サブタイトル—

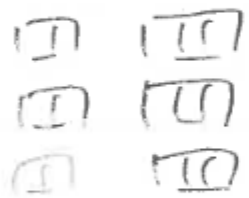
新幹線の席

どんなことを研究しようと思っているか。

新幹線の席の2席と3席のつれ

新幹線の座席が2席と3席の理由。

新幹線の席は



← 2つに分ける 何故

新幹線の乗客を  $n$  人とすると  
埋まっている2人席、3人席

$2x + 3y = n$  の表せる  
 $n$  が2以上ならば全ての実数

(例)  $n = 9$  の時  $n = 15$

現実ではありえないことも考えることができないのか  
数学で考えるときは  $x, y$  が自然数であるときも考える

$$2x + 3y = 1$$

$$2x + 1 + 3x + 1 = 1$$

もし3席と4席だとすると

$$3x + 4y = n$$

$x, y$  が負になることを許せば  
 $2x + 3y = 4$  は常に成立し得る言え

2席と4席

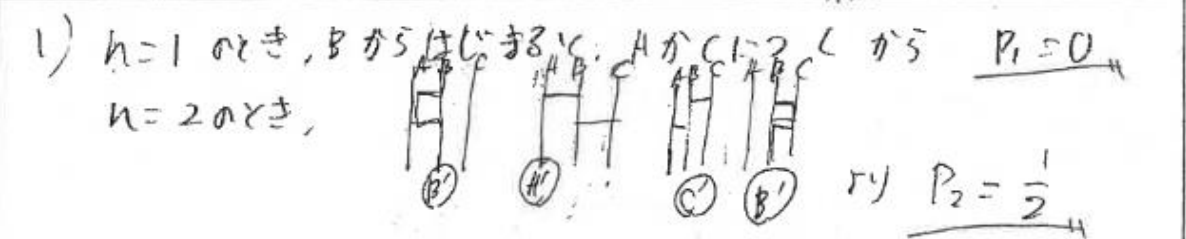
$$2x + 4y = n$$

# 探究が楽しくなって、自分で問題作った生徒

深める1問! 2年(♀)組( )番 氏名( )

サクシード・FG・星取り小テスト 基礎問題精講・他( )	問題番号	評価 ★ ( ) 分
---------------------------------	------	------------

問題: 右の図のように、3本の糸状線 A, B, C があり、  
AB間, BC間のいずれかにn本の横線を無作為に引き、  
おみくしをする。n本の横線について、Bから真下のBに引かれた横線を  $P_n$  とする。  
1)  $P_1, P_2$  を求めよ 2)  $\{P_n\}$  の一般項を求めよ 3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$  を求めよ。 A' B' C'



2) 下にどんどん横線を足していくものとすると、

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 0 \text{ より}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{3} //$$

参考文献 (あれば)  
自分で確率漸化式の問題を作ってみました。 1111ね-!!  
おもしろ!!

北大放射線科  
主席合格しました!

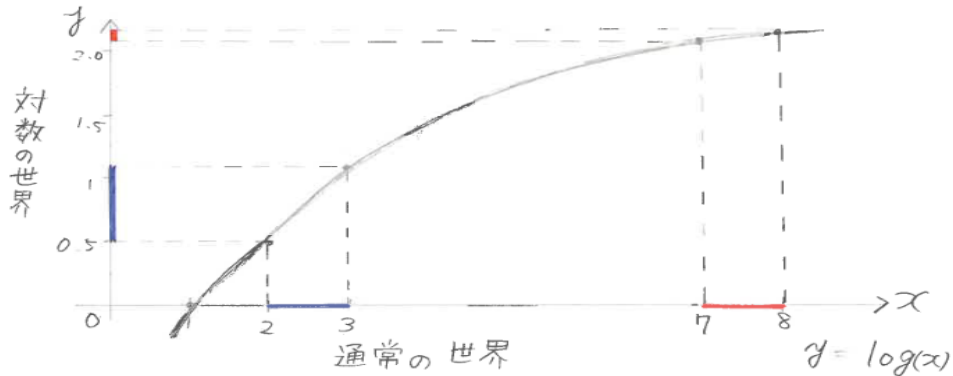
受験番号		氏名		順位			
[Redacted]		[Redacted]		1位			
個別学力検査等							
外国語	地理 歴史	数学	国語	理科			
				物理	化学	生物	地学
114.00	-	124.00	-	55.50	50.25	-	-

自分で作った前後の関係が確率漸化式で大事だと思っただけ。その通りですね!  
作問するから問題の本質(ポイント・からくり)がわかりますね。

# 身の回りの対数。調べ学習は「発問」で探究に誘導

## 身の回りと対数について

2. 大きい値の差は小さく、小さい値の差は大きくなる



通常の世界では青い線も赤い線も同じ1だけと、  
それにlogをつけて対数の世界に変換すると  
赤の長さよりも青の長さの方が大きくなっている。

○人の感覚（味覚、視覚など）

ex)

上の図のように加えたスパイスの量は同じでも感じ方が変わる。  
超辛口のカレーを甘口のカレーにスパイスを加えたときと同じくらい  
辛くなったと感じたいなら、

$$1 : 10 = 100 : x$$

$x = 1000$  とな!! 1000g スパイスを入れてやっと

同様に感じるらしい。この法則を使ってCocoちゃんはカレーの  
辛さ表 (1辛 ~ 10辛) を決めている。

大きい値の差は小さく、小さい値の差は大きくなる

今回は2の性質に注目して身の

面白かったです。今回取り上げた例の他にも「幸せな時は自分が幸せだ」というのは気づかず、気づいてから幸せだったと気づく」という言葉も対数っぽいなと思ったので、次調べるときは「人の感覚と対数について」をやってみよう!!  
「人の感覚と対数について」をやってみよう!!  
「人の感覚と対数について」をやってみよう!!

- ↓すこし事に気付いたね!!
- 他(探究) ○この性質は他でどんな風に使える? } 論文発表楽しみにしてます!  
○ " を用いた問題作ってみよう!!

# 2年北大研修で行列習い「漸化式」に**応用した生徒**

なぜ " $x^2+px+q=0$ " が出てくるのか!

隣接3項間の漸化式  $a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0$   $a_1=1, a_2=1$

$$\textcircled{a} \begin{pmatrix} a_{n+2} \\ a_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -p & -q \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \dots a_{n+2} = -pa_{n+1} - qa_n \quad \text{また} \begin{pmatrix} \square & \square \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{は固定}$$

固有値の導き  $x^2 - (p+0)x - p \cdot 0 + q \cdot 1 = 0$   
 $x^2 + px + q = 0$  で固定

$$\textcircled{b} a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0 \quad a_1=1, a_2=1$$

$$a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta (a_{n+1} - \alpha a_n) \dots a_{n+2} - (\alpha + \beta) a_{n+1} + \alpha \beta a_n = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} -(\alpha + \beta) = p \\ \alpha \beta = q \end{cases} \Leftrightarrow \alpha, \beta \text{ は } x^2 + px + q = 0 \text{ の解とみる}$$

$$x^2 + px + q = 0$$

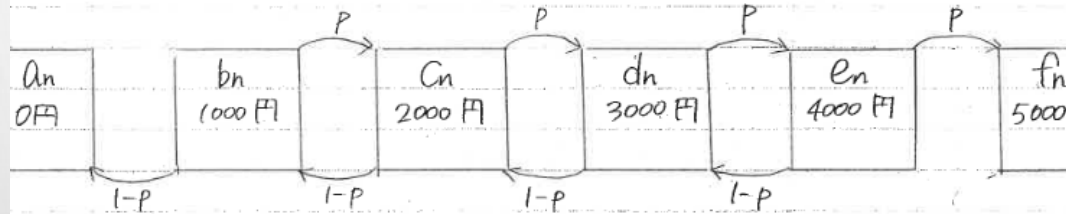
やっていることは同じ = 7777777777

$$a_n = 4 \cdot 2^{n-1} - 3 \quad (a_1=1)$$

## ① 確率漸化式

設定 ゲーム1回1000円、確率Pで2000円かえってくる  
 0円 or 5000円になったらやめる、(所持金3000円)  
 n回目となる確率  $a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, f_n$

透視図



行列で表すと...

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \\ c_{n+1} \\ d_{n+1} \\ e_{n+1} \\ f_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1000 & 2000 & 3000 & 4000 & 5000 \\ 1 & 1-p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-p & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \\ d_n \\ e_n \\ f_n \end{pmatrix}$$

数列漸化式

$$a_{n+1} = 2a_n + 3, \quad a_1 = 1$$

↓ 行列で表すと

$$a_1 - \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{n-1} \begin{pmatrix} a_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{n-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{n-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{の固有値}$$

固有値  $x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (x-2)(x-1) = 0 \quad x=1, 2$

固有ベクトル  $x=1$  時

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad x=2 \text{ 時}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

確かめ - 特性方程式 ver -

$$a_{n+1} = 2a_n + 3 \quad a_1 = 1$$

$$\alpha = 2\alpha + 3 \quad \alpha = -3$$

$$a_{n+1} + 3 = 2(a_n + 3)$$

$$a_n + 3 = b_n \text{ とする}$$

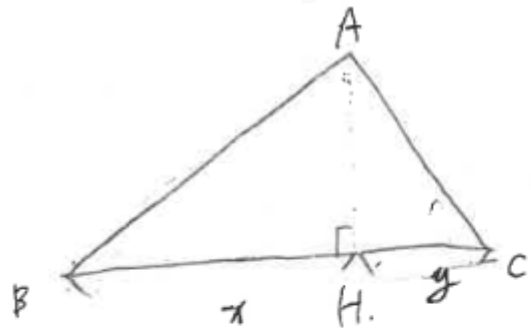
$$b_{n+1} = 2b_n \quad b_1 = a_1 + 3 = 4$$

$$b_n = 4 \cdot 2^{n-1}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^{n-1} - 3 \quad \text{より一致}$$

数列の問題を、数列の考えだけでなく行列を使って求める

# 自分の定理を発見したくなってチャレンジした生徒



$\angle BAC = \angle A$     $\angle ABC = \angle B$ ,    $\angle ACB = \angle C$  とおす.

点Aから線分BCに下す垂線とBCの交点をHとおく.

また,  $BH:HC = x:y$  とおく

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{AH}{BH} \cdot BH \cdot \frac{\sin \angle B}{\cos \angle B} \cdot \frac{x}{x+y} \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\cos \angle B} \cdot \frac{x}{x+y} \cdot BC \cdot \frac{1}{\cos \angle C} \cdot \frac{y}{x+y} \cdot BC \cdot \sin \angle A$$

$$= \frac{1}{2} \tan \angle B \cdot \frac{x}{x+y}$$

$$\sin \angle B = \frac{y}{x+y} \cdot \frac{\sin \angle A}{\cos \angle C}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sin \angle B}{\cos \angle B} \cdot \frac{x}{x+y} \cdot BC = \frac{1}{2}$$

$$\frac{y}{x+y} \sin \angle A = \sin \angle B \cdot \cos \angle C$$

← 鋭角のみ? 鈍角でも可能な公式?

← ( ×リット  
3角から"土が下り"  
実用性 → ベクトルか?  
sinで処理できる. )