

「カクカクしたグラフを描くのはなぜか」

釧路商業高等学校 杉本 拓也

1.はじめに

今年度から会員となりました杉本です。初任者なので初任者研修や部活動大会（ハンドボール）等が重なりなかなか参加できないのが歯がゆいところですが、今回レポート提出をさせていただきます。初めてでわかりにくい点もあるかと思いますがよろしくお願いいたします。

釧路商業高校は四則演算からつまづいている生徒も少なくないという実情があります。また進学のために数学を用いて受験する生徒も皆無なので、数学に対するモチベーションが高いとは言い難いです。この状況は逆をいえば「チャンス」です。受験にとらわれない授業展開がしやすいこと、かつ苦手な数学が「楽しい・得意だ」と感じられればその喜びは一入だということですから。数実研を通して力をつけて生徒に還元していきます！

2.カクカクしたグラフ

事の発端は2次関数の授業。関数から通る点をいくつか求め、プロットしてグラフを描く作業をする授業を展開しました。すると figure.1 のような「カクカクしたグラフ」を描く生徒が何人かいました。

どうしてそのようなグラフを描くのか、いろいろ生徒にきいてみると、どうも「1次関数（直線）のように、点と点を直線で結べばグラフは描けるという方法を二次関数でも適用した」ということらしいのです。また「小数（有理数）の点もグラフは通る」ということを話しても figure.2 のグラフを描く始末。このことは、「グラフは方程式をみたす点 (x, y) の集合を表している」という前提が抜けていて、ただグラフをかく『方法』だけ覚えている」ということを意味しているのではないのでしょうか。

その前提は「連続」「軌跡」「実数」「曲線を描くこと」などを考える上でベースとなってくるものだと思いますので、多少中学校の内容になりますがしっかり理解させる必要があると考えました。そこで、今回は「グラフは方程式をみたす点 (x, y) の集合を表している」ことを生徒が気づける授業を展開しようと試みました。そして今回のテーマは「教材の工夫」ということで、GRAPESとパワーポイントを補助的に用いました。

figure.1

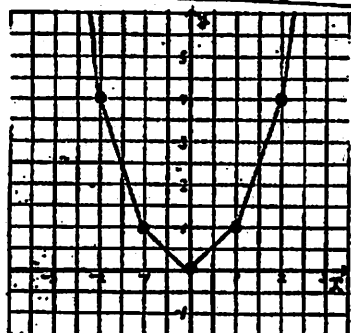
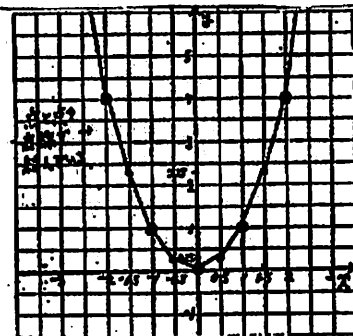


figure.2



3.授業展開

【目標】 グラフは方程式をみたす点 (x,y) の集合を表していることを自ら気づいて理解する。

	生徒の動き	教師の働きかけ
15分		身だしなみ指導・小テスト返却・解説
導 入	「正しい。通る点を通っているため」 「違う。なめらかな放物線になる」 「違う。教科書と違うから」 「...」	「Figure.1のようなグラフは正しいか」 発問。 「正しいのか、違うのか検証するには」
	「そこ(カクカクしたグラフの直線の部分を指す)」	「カクカクしたグラフとなめらかなグラフで異なる部分はどこか」
1 0 分	「正しい点を通っている方があってるね。絶対なめらかな方だよ」	「 $x=1.5$ のとき、カクカクしたグラフの方は $y=2.5$,なめらかなグラフの方は $y=2.2$ くらいの点を通っているね」
	「式に $x=1.5$ を代入」 「小数の計算忘れた」	「ではどっちが正しいか調べるにはどうすればいい？」 「ではやってみて」
展 開	「2.25」ほら。だから一、なめらかなグラフの方でしょ」	「...、今回は電卓OK。 1.5×1.5 してごらん」
	「先生、うざい。違うよ。通る点ももっととったらなめらかなグラフになるの」	「わかった、その通りだ。じゃあ、こういうことじゃない？」 figure.2を提示

	生徒の動き	教師の働きかけ
2 0 分	「うん。」	「すばらしい！通る点をもっと打って いけばいいんだね。すばらしいけど、 うざいは余計だよ。」
	「1.44」	「だから、小数の点もどんどんって いくと本当のグラフが見えるね。では x $=1.2$ のとき y の値は？」
	「1.4」	「正確にはとれないけど、だいたいその あたりに点打ってみて」
	「1.98」	「 x に好きな数いれて」
		「その値のとき、 y の値は？」
ま と め	「すごいめらかになったよ！」 「面倒くさかった」	「そんな感じで点を打ちまくってみて」 「グラフはどうなった？」
5 分	「点をたくさん打ったら」	「すばらしいね！これが本当のグラフ だよ。つまり、本当のグラフはどうやれ ば描けた？」
		「その通り！今〇〇さんが言ってくれ たのが今日のポイントです。つまり、グ ラフというのは式(方程式)をみたく点 の集まり(集合)なんだよ！」
	「先生ー。じゃあテストでもグラフは 点打ちまくらないといけないの？」	(パワーポイントでGRAPESのグ ラフをみせる) 「いや、今回めらかなグラフになるこ とを自分たちの手で(帰納法的だけど) 証明できたから、やらなくてOK！ただ し点の中でも大事な点があるから、その 点は打たないといけないよ。それを今度 やっていきます。」

4.授業後の反省

3.授業展開のように授業は流れましたが、実際はそんなきれいに話が進んでいませんでした(授業中私語している生徒の指導等が入っています)。

主な反省点は、

- ①「グラフはみたす点 (x, y) は実数全体であることを理解する、連続性について考える」ために、 $x = \sqrt{3}$ などの無理数を含んだ座標もグラフの点になっていることもやりたかった。しかし、授業最後の方は飽きている感じだったのでやめた。もっと飽きない工夫をすべきだった。
- ②パワーポイントでグラフが点の集合になっているところをみせたが、GRAPESの使い方に慣れていなくて、「方程式の点が無数に打たれていって、グラフとなっていくようなアニメーション」を作ることができず、パワーポイントのアニメーションでごまかしてやったこと。今回初めて使ったGRAPESにもっと慣れて生かしていく。
- ③今回小数の計算を電卓使用OKとした(商業高校なので電卓を持っている)。小数計算に時間をかけて教えたいことがぼやけないため、指数関数ではエクセルを用いて計算するので、電卓使用しても特に問題がないと思ったためである。しかし、せっかくの「小数計算の苦手意識を克服する機会」を逃してしまったとも考えられる。対処として、「電卓使用をOKとするが、手計算の方法も紹介する」とした方が適切だった。

次回に生かしていきます。

5.終わりに

今回のように、新しい関数を習う際は必ず「方程式をみたす点を数多く打って、生徒自らグラフの概形を推測する」というボトムアップは大切にしていきたいです。それが法則を見つける方法の一つだと考えるからです。たとえば「営業成績あげろ」などの問題に生徒が卒業後ぶち当たったとき、たくさんの成功と失敗から「営業成績をあげる法則」を自らみつけて、より生き生きと暮らしていけたらと思います。ただ、演繹的な数学の美しさ(論理の完全さ)も実感してほしいので、それを重視した授業技術も向上させていきます。

本校にはグラフと聞くだけで拒否反応を示す生徒がたくさん入学してきます。「方程式をグラフで視覚化することで、わかりやすくなる。グラフは、むしろわかりやすくするみんなの味方だよ!」ということを伝えられるようになっていきたいです。そのためにも、GRAPESなどの教材を自由自在に使えるようになって、また数実研で先輩方の素晴らしい実践から学ばせていただきながら、わかりやすい授業展開を試行錯誤していきます。

初めてのレポート提出でわかりにくい点があったかと思いますが、もし何か質問等ありましたら次回の数実研参加させていただいたときをお願いします。