

「スズランテープと二次不等式」

釧路商業高等学校 杉本 拓也

1. 御礼と発表の動機

釧路商業高校、初任者の杉本です。よろしくお願いします。今回もハンドボール部の全道大会で参加できず、レポートのみの提出になりました。毎度、数実研事務局長河村先生をはじめ、様々な先生にご迷惑をおかけしております。この場を借りてお詫びするとともに、お忙しい中印刷等していただいた御礼を申し上げます。

今回は釧路管内の研修会で拝見した授業を試しに真似してやってみたら、「2次不等式を9割の生徒が解けるようになった」ものです。特に高校入試数学0点で入学した生徒が解けたときには感動しました。

今回の内容は「スズランテープを使って不等式の解のイメージをつけたら、数学苦手な子も理解できた」というもので、数学の本質とは離れています。ただ、数学が苦手な生徒でも理解しやすくなるように、うまいこと教材を使ったものだと思います。この情報共有できたらと思い、発表させていただきます。

2. 去年の悩み

昨年私は茨城県で非常勤講師として2次不等式を指導しました。方法は…

- ① $(x-a)(x-b) > 0$ の形に因数分解
(方程式として解いたとき虚数解になる場合は平方完成)
- ② あらゆる実数を代入して不等式の範囲を予測
(数直線を用い、代数的な解き方を用いる)
- ③ たくさん代入した経験から「2次関数のグラフ」を描く作業と
②の作業が似ていることに気づかせる。
(前回の発表のようにたくさんプロットしてグラフの概形を描く作業が伏線)
- ④ $y = (x-a)(x-b)$ とおき、グラフと不等式の範囲の関係に気づかせる。
(解の範囲が x 軸より上側になっているグラフの部分だと気づかせる)
- ⑤ 似たような例題を自作させ、不等式の解を一般化させる。
(余談で代数的解き方の証明)

というものでした。

しかし、この方法では「グラフを用いたあと、どこが不等式の解かわからない」という生徒が15名ほど出てしまいました。つまり「グラフに対応する x の範囲 (不等式の解の範囲) の関係がわからない」ということだと思われまます。結局、最後までわからない生徒に

は、2次不等式の解の公式を暗記させてしまいました。

そこで本年度の目標は「2次関数のグラフはx軸の範囲（不等式の解の範囲）を出すためのものであること」および「それらの対応関係」を生徒に理解させることにしました。

3.本年度の授業の流れ

	生徒の動き	教師の働きかけ
10分		身だしなみ指導・小テスト返却・解説
導 入	$x^2 - 3x + 2 > 0$ はどうすれば解けるだろうか。 「…。」	「困ったときは【気づく視点 ¹ 】だったね。今回は④何かに似てないか？でいけるかも…」
	「 $x^2 - 3x + 2 = 0$ に似ている！」 方程式を解く。 「 $x = 1, 2$ だ。」	「 $x^2 - 3x + 2 = 0$ なら前回やったから解けるね。」
1 0 分	「共有点！」 グラフを描く。	「ちなみにこの解が、2次関数 $y = x^2 - 3x + 2$ とx軸との…？」 「でしたね。では略図でグラフを描いてください。」
	「違う部分について考える。」	「描き終わりましたか。では、似ていることを考えた後は何したかな？」
展 開	「=じゃなくて>。」	「そう。今回違うのは？」
	「=0はちょうど0で、>0は0より大きい。」	「そこですね。その意味さえクリアできたら解けそうですね。 [=0] と [>0] の違いはなんのでしょうか？」
2 5 分	「…。」	「そうです。ここからが大事です。 $x^2 - 3x + 2$ が0より大きい範囲とはどこでしょうか。」

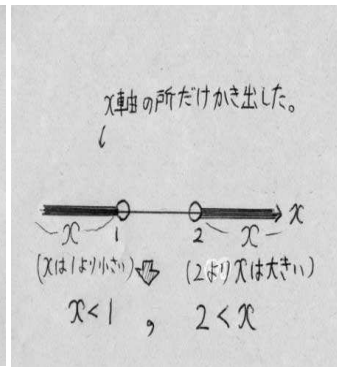
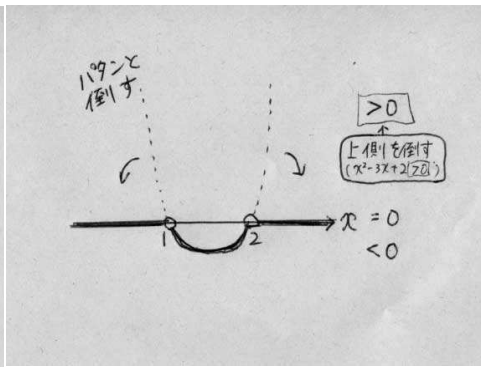
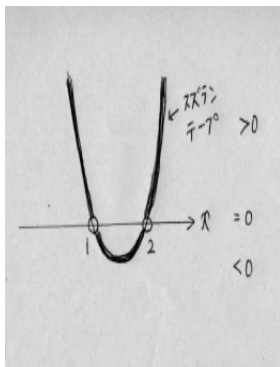
¹ 困ったら、「①図式化と数式化、②具体化と抽象化、③分化と統合化、④類似性と差異性」の視点で考えるよう一貫して指導。

<p>ま と め 5 分</p>	<p>「(x軸より) 上側だ！」</p> <p>※興味津々に黒板を見ている。</p> <p>「1より小さいところと、2より大きいところ！」</p> <p>「$x < 1, 2 < x$」</p>	<p>「グラフで考えてみましょう。」</p> <p>「$y = x^2 - 3x + 2$が0より大きい範囲。 yが0より大きいということは？」</p> <p>「そうです。そこで登場するのが、スズランテープ！」</p> <p>※スズランテープを板書で描いたグラフにかぶせる。(figure.1)</p> <p>「今回は上側なので…」</p> <p>※figure.2のようにパタンと倒す。</p> <p>「今移動した部分が求めるxの範囲です。その部分だけ抜き出すと…」</p> <p>※figure.3を描く。</p> <p>「スズランテープがあるところが答えです。どこにある？」</p> <p>「その通り！数学では【と】ではなく【または】といったね。」</p> <p>「xは1より小さいところ、2よりxは大きいところ。それぞれ不等号を用いて表して。」</p> <p>「それが答えですね。素晴らしい。では本当にこの答えか、例えば$x = 3$を代入して式をみたすか。宿題ね。」</p>
----------------------------------	--	--

figure.1

figure.2

figure.3



4.なぜスズランテープを用いるとグラフから不等式の解までたどりつきやすいのか？

学術的理論はわかりませんが、「グラフから不等式の解に移行するところがイメージしやすい」ということだと、生徒の話を聞いてて思いました。

なぜ、このスズランテープを移動しただけで生徒は問題を解けるようになったのか。ずっと疑問で、様々な教材を見ていきました。すると、ある文献に、【**数学が苦手な生徒の「わかる」は「直感的にわかる」、「わからない」は「直感的にわからない」ということだ。**】ということが書かれていました。もしこれが正しいなら、今回のスズランテープ作戦は「**直感的にわかる**」内容であったことが理由ではないかと思えます。

5.その後の授業はどうするか

① $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

「 x 軸が棒磁石となって、 x 軸より下の部分をグググイと地面から引き寄せられる」と話し、figure.4のように説明する。「 $=$ 」があるので、 x 軸上の点も解の範囲になることにも触れる。

② $x^2 - 2x + 1 > 0$

x 軸に接するグラフになることまで確認。その後に figure.5のように、 $x = 1$ の点の部分をはさみで切る。

figure.4

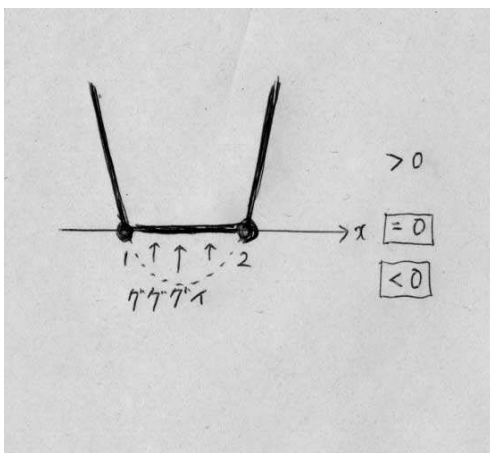
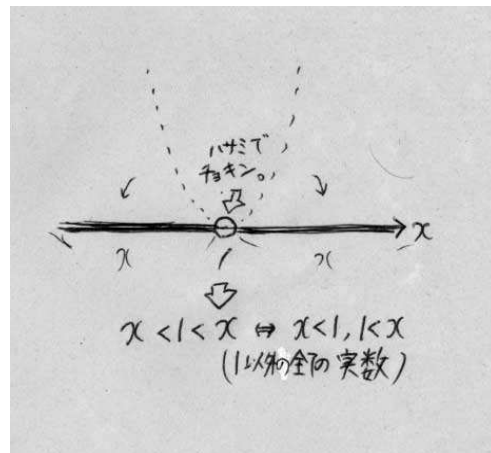


figure.5



6.最後に

今回の授業で、苦手な子には、「具体的に」「例え話で」「身近な現象を題材に」などの直感的な理解しやすくすることがコツだとわかりました。問題が解けるようになってから、「どうしてそうなるのか」という論理的な指導をしていくとスムーズに進む気がしました。今後の授業づくりの指針が見えた気がします。

わかりにくい点が多々あるレポートで大変恐縮です。ご質問等は次の数実研でいただけると幸いです。