

方べきの定理

◆ 方べきの定理

方べきの定理は教科書で次のように紹介され、3つの図形が示されています。

点Pを通る2直線が、与えられた円と点A,Bおよび点C,Dで交わるとき、次の式が成り立つ

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

$$PA \cdot PB = PT^2$$

◆ 色々な図形で表す

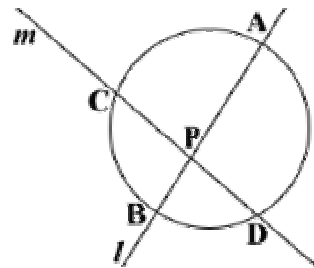
点P, A, B, C, Dは、それぞれ以下のように定義できます。

【点の条件】

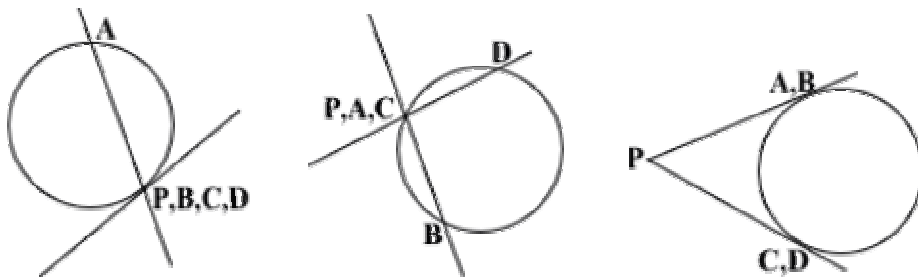
点P … 2つの 直線の交点

点A,B,C,D … 円と直の共有点

(T は C と D が重なる場合)



方べきの定理は**平行でない2直線と円の各共有点について成立する関係**を表しており、次の図形も点の条件を満たし、方べきの定理が成立します。

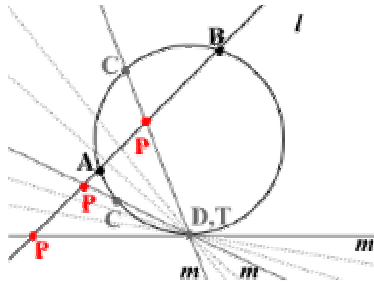


◆ 連続的に表す

点の条件を満たしながら3つの図形を連続的に表してみましょう。

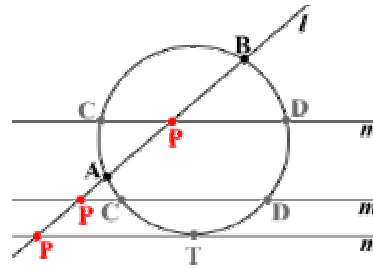
【方法1】

点Dを中心にして直線 m を回転させて、3つの図形を連続的に表す。



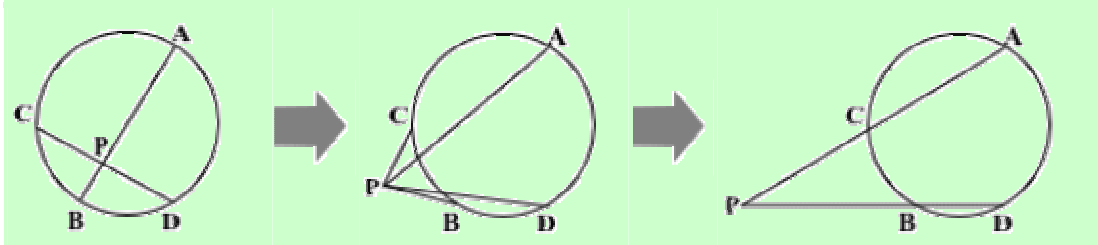
【方法2】

直線 m を平行移動させて、3つの図形を連続的に表す。



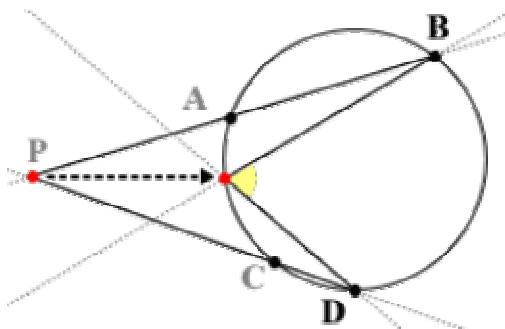
勘違い

「点Pと円周上の4点を結んでいる図形？」と考えて、下図のように連続的に変化させました。しかし、これでは途中の図形も最後の図形も定理が成立しません。図形の解釈を誤っています。

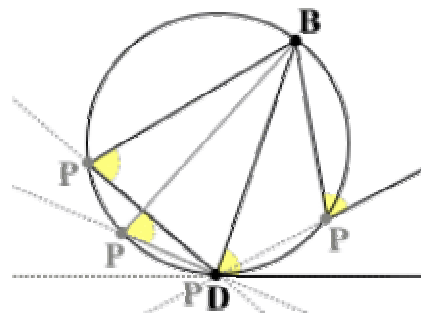


◆ 円周角の定理, 接弦定理, 内接四角形の外角へ

点Pを円周上にとると円周角ができます。



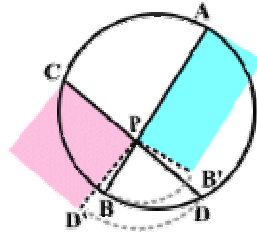
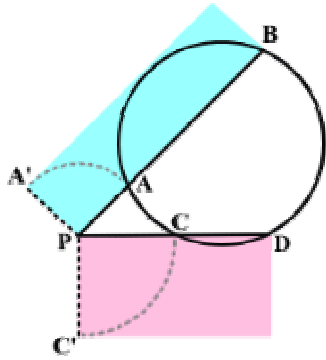
点の条件を満たしながら点Pを円周上で動かしてみましょう。「円周角の定理→接弦定理→内接四角形の外角」を連続的に表せます。



◆ 面積が等しい

$PA \cdot PB = PC \cdot PD$

PAとPBを辺とする長方形の面積とPCとPDを辺とする長方形の面積が等しいことを表しています。



$PA \cdot PB = PT^2$

PAとPBを辺とする長方形の面積とPTを辺とする正方形の面積が等しいことを表しています。

