

国際バカロレア(IB)の数学ってどんなことをやっているのか

気になったので少し調べてみた

北海道石狩南高等学校 福島 洋一

mathtefuk41@hokkaido-c.ed.jp

1 きっかけ

日本と海外の数学教育の違いについて以前から興味を持っていたが、行動を起こすこともなく時間が過ぎていた。そんな中、昨今の教育改革に関わる文章や講演を通して国際バカロレアの存在を知り、興味を持った。関連書籍も最近たくさん出ていることを知り、さっそくその中の何冊かを読んでみることにした。

主に馬場博史氏の著書に書かれていた内容、インターネットで調べた内容のうち、今回は特に試験についてまとめてみた。

2 国際バカロレア (IB) とは？

国際バカロレア：International Baccalaureate (以降IBと記述) は、スイスで発足した非営利教育財団である。IBの提供するプログラムの中の16歳から19歳を対象としたディプロマプログラム：Diploma Programme (以降DPと記述) の修了資格は国際的な大学入学資格として扱われている。

主にインターナショナルスクールに通う生徒用に作られたプログラムであり、日本ではインターナショナルスクール以外でのIBDP認定校は12校にとどまっているが、文科省は認定校の拡大の方針を決定している。帰国子女や留学生に限らず、入学の資格として使える大学は平成28年度入試で22校だが、今後拡大の傾向が見られる。

3 IBDP (国際バカロレア ディプロマプログラム) の数学の科目

次の3つの科目からひとつを選択する。

※DPには数学を含む6教科があり、そのうち3～4教科でHigher Levelを選択する必要がある。

- | | |
|---|--|
| ① | Mathematical Studies Standard Level (主に将来数学を使わない生徒向け) |
| ② | Mathematics Standard Level (主に将来文系分野で数学を使う生徒対象) |
| ③ | Mathematics Higher Level (主に将来理系分野で数学を使う生徒対象) |

今回は主にHigher Levelについて見てみる。

4 Higher Level の内容

必修単元

- ① Algebra : 代数
- ② Functions and Equations : 関数と方程式
- ③ Circular Functions and Trigonometry : 三角関数
- ④ Vectors : ベクトル
- ⑤ Statistics and Probability : 統計と確率
- ⑥ Calculus : 微分積分

選択単元 (学校ごとにひとつを選択)

- ① Statistics and Probability : 統計と確率
- ② Sets, Relations and Groups : 集合、関係、群
- ③ Calculus : 微分積分
- ④ Discrete Mathematics : 離散数学

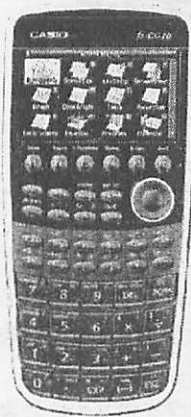
課題研究

- ① Mathematical Investigation : 数学的探究
- ② Mathematical Modeling : 数学的モデル化

※ 授業においてはグラフ電卓を使用することも多く、試験においても持ち込み可能である。
(プログラミング機能は使用不可。代数計算機能がついたものは使用できない。)

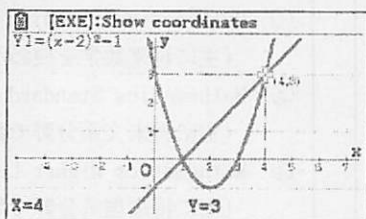
グラフ電卓

関数電卓に更にグラフ描画機能が付いている。価格は2万円前後のものが多い。



fx-CG20-N

いくつかのメーカーのものが販売されている。そのうちの1台(CASIO製)とその表示画面



5 Higher Level の評価法

筆記試験 (80%)

① Paper1 (2時間)

必修範囲の基本・応用問題

(グラフ電卓使用不可)

② Paper2 (2時間)

必修範囲の基本・応用問題

(グラフ電卓使用可)

③ Paper3 (1時間)

選択単元の応用問題 (グラフ電卓使用可)

※筆記試験には Formula Booklet という公式集を見ることができる

※試験は5月と11月に実施されている。

課題研究 (20%)

教師が与えた課題に取り組むのではなく、生徒が自分で設定した課題についての研究

上記を総合して7点満点で評価され、4点以上で合格。

ちなみに…

DPでは6教科の合格が必要。それぞれ7点満点で、それに加えて、課題論文や課外活動などで最大3点が与えられ、45点満点。オックスフォードの合格

基準は38点~40点といわれている。(合格者の平均点は29点くらい) 東大・京大ではすでにバカロレアの入試が実施されているが、合格基準はどれくらいなんだろうか?

6 IBの試験問題

IBDPの試験問題を見て感じた特徴を、日本の試験問題との違いを観点にして挙げてみる。

① 範囲が広い

数ヶ月に学習した範囲についての短い範囲の試験で評価する日本の一般的な評価とは違い、日本の大学入試並みの範囲での試験で評価をしている。

② 時間が長い

Paper1, 2, 3で合計5時間の試験時間が確保されている。短い範囲における知識を使い、限られた時間で手際よく処理しなければならない日本の一般的な試験と違って、じっくりと考えさせる問題も多く出題されている。

③ 公式集の使用

定理・公式を覚えていることも重視する日本の一般的な試験と違う。公式は覚えるものではなく使うものという位置づけのようである。

④ 標準的な問題が多い

難易度は標準的なものが多いように見える。難解なものや、発展的なものは課題論文などへの取り組みを通して、扱われているのだろう。

⑤ グラフ電卓の使用

計算しやすい値を使うことの多い、日本の一般的な問題と違って、電卓でなければ計算できないような問題も見られる。それに伴い、より現実的な内容を扱う問題も多い。

⑥ 自然現象や社会現象への関連付け

日本で言う、いわゆる「文章題」がバカロレアでは一般的である。

7 IB DP Higher level の試験問題

インターネットで、「IBDP math higher level exam paper1」などのキーワードで検索すると、いくつかの見本問題を見ることができた。そのうちのひとつ、「mathematics Higher level Specimen paper 1 and 2 For first examinations 2014」を、解いてみた。日本の高校数学における標準レベルの問題がほとんどだったが、日本の大学入試問題には出題されないような問題もいくつかあったので挙げてみる。

※あえて日本語訳をつけない。それは、正しい訳を書く自信がないからである…(´・`)

① 平易な内容だが、説明の記述が必要な問題

5. [Maximum mark: 7]

The function f is defined, for $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, by $f(x) = 2\cos x + x\sin x$.

(a) Determine whether f is even, odd or neither even nor odd.

[3 marks]

(b) Show that $f''(0) = 0$.

[2 marks]

(c) John states that, because $f''(0) = 0$, the graph of f has a point of inflexion at the point $(0, 2)$. Explain briefly whether John's statement is correct or not.

[2 marks]

(c)の問題が、2次導関数が0となる、ある点に変曲点になっているかどうかの説明

7. [Maximum mark: 8]

Consider the following system of equations:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ 2x + 3y + z &= 3 \\ x + 3y - z &= \lambda \end{aligned}$$

where $\lambda \in \mathbb{R}$.

(a) Show that this system does not have a unique solution for any value of λ .

[4 marks]

(b) (i) Determine the value of λ for which the system is consistent.

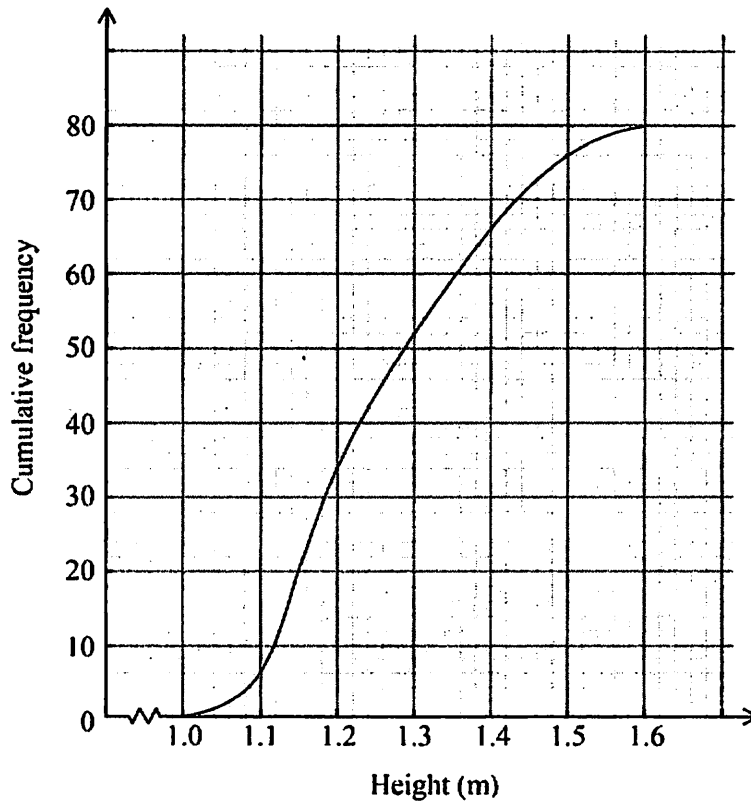
(ii) For this value of λ , find the general solution of the system.

[4 marks]

(a)の問題が、連立方程式の解がひとつに定まらないことの説明

3. [Maximum mark: 6]

The heights of all the new boys starting at a school were measured and the following cumulative frequency graph was produced.



(a) Complete the grouped frequency table for these data.

[2 marks]

| Interval | Frequency |
|------------|-----------|
|]1.0, 1.1] | |
|]1.1, 1.2] | |
|]1.2, 1.3] | |
|]1.3, 1.4] | |
|]1.4, 1.5] | |
|]1.5, 1.6] | |

(c)の問題が、この分布が正規分布かどうかの説明

(b) Estimate the mean and standard deviation of the heights of these 80 boys.

[2 marks]

(c) Explain briefly whether or not the normal distribution provides a suitable model for this population.

[2 marks]

② グラフ電卓の使用が前提の問題（使用しなかったら解けない？）

4. [Maximum mark: 6]

The complex number $z = -\sqrt{3} + i$.

(a) Find the modulus and argument of z , giving the argument in degrees.

[2 marks]

(b) Find the cube root of z which lies in the first quadrant of the Argand diagram, giving your answer in Cartesian form.

[2 marks]

(c) Find the smallest positive integer n for which z^n is a positive real number.

[2 marks]

(b)の問題で、 50° の三角比の値を使う。

5. [Maximum mark: 6]

The particle P moves along the x -axis such that its velocity, $v \text{ ms}^{-1}$, at time t seconds is given by $v = \cos(t^2)$.

(a) Given that P is at the origin O at time $t = 0$, calculate

(i) the displacement of P from O after 3 seconds;

(ii) the total distance travelled by P in the first 3 seconds.

$\cos(t^2)$ の定積分の値が必要。

[4 marks]

(b) Find the time at which the total distance travelled by P is 1 m.

[2 marks]

③ [paper2 の問題] 自然現象や社会現象への関連付け

7. [Maximum mark: 9]

A ship, S , is 10 km north of a motorboat, M , at 12.00pm. The ship is travelling northeast with a constant velocity of 20 km hr^{-1} . The motorboat wishes to intercept the ship and it moves with a constant velocity of 30 km hr^{-1} in a direction θ degrees east of north. In order for the interception to take place, determine

(a) the value of θ ;

[4 marks]

(b) the time at which the interception occurs, correct to the nearest minute.

[5 marks]

モーターボートで船を追いかける、いわゆる文章問題、値を出すのに関数電卓が必要。

11. [Maximum mark: 13]

A bank offers loans of \$ P at the beginning of a particular month at a monthly interest rate of I . The interest is calculated at the end of each month and added to the amount outstanding. A repayment of \$ R is required at the end of each month. Let \$ S_n denote the amount outstanding immediately after the n^{th} monthly repayment.

- (a) (i) Find an expression for S_1 and show that

$$S_2 = P\left(1 + \frac{I}{100}\right)^2 - R\left(1 + \left(1 + \frac{I}{100}\right)\right).$$

ローン（複利計算）の問題。(a)で証明した式を使い、(b)を解決していく。

- (ii) Determine a similar expression for S_n . Hence show that

$$S_n = P\left(1 + \frac{I}{100}\right)^n - \frac{100R}{I}\left(\left(1 + \frac{I}{100}\right)^n - 1\right).$$

[7 marks]

- (b) Sue borrows \$5000 at a monthly interest rate of 1% and plans to repay the loan in 5 years (*i.e.* 60 months).

- (i) Calculate the required monthly repayment, giving your answer correct to two decimal places.
- (ii) After 20 months, she inherits some money and she decides to repay the loan completely at that time. How much will she have to repay, giving your answer correct to the nearest \$?

[6 marks]

8 まとめ

数学について考える以前に、英語での数学用語がわからないことに危機感を抱いた。内容的には、日本の教科書・問題集・入試問題とは少し趣の違うもので、やっていたに純粋に楽しかった。また、関連して調べた内容には「課題探求のテーマ例」「課題レポートの書き方」など、大変役に立ちそうな資料もあった。英語を読み、海外に目を向けることによる世界の広がりを実感した。

大学入試改革、学習指導要領の改訂の方向性を見ると、日本の教育の良さを残しつつも、世界標準の学びを生徒にさせることが大きなテーマになっているように感じる。IBは、そのひとつのサンプルだが、日本の教科書を淡々と進めることではつけないことができない能力も求められていると感じずにはいられない。ここ数年で、方向転換が行われることは大歓迎だが、それについていける力量が自分にあるのかどうかを問いつつながら日々の研鑽を続けていきたい。

参考文献等

- [1] 馬場博史「国際バカロレアの数学～世界標準の高校数学とは～」 松柏社
- [2] 「mathematics Higher level Specimen paper 1 and 2 For first examinations 2014」 International Baccalaureate
- [3] CASIO 電卓総合カタログ