

「数学的な見方・考え方」を評価したいのに 「知識」を問うてしまうのが嫌だったので こんな問題にしてみた

北海道石狩南高等学校 福島 洋一

mathtefuk41@hokkaido-c.ed.jp

1 自虐ブラックイントロダクション

ケース1

帰りの SHR、委員長の「さようなら」の号令で、机を下げ、生徒たちはそれぞれの放課後の活動の場に散っていく。6人の当番が残り、教室の掃除を始める。ほうきを持った3人が教室内を掃き始めると同時に、残りの3人は机を上げ始める。そして、まだごみの残っている床の上に机が次々と並ぶ。彼らの目的はほうきを持って教室を歩くことと、机の場所を復元すること。教室をきれいにすることではない。

ケース2

ジグソー法による授業。担当問題ごとに分かれて学んだ証明を、班に戻って班員に説明するというシナリオ。生徒は分かれた場所に置かれている証明を正しく書き写し、班に戻って一字一句も間違えずに読み上げる。他の班員は黙って聞き、質問もしない。確認テストをすると半分以上の生徒ができていない。彼らの目的はシナリオ通りに動くこと。考えて理解することではない。

ケース3

観点別評価のために試験問題に評価の観点を表示した。問題は教科書の練習問題の数字を変えて使った。観点は指導書に示されているものを参考にした。観点ごとの点数の小計をもとに、観点別の評価を出し、生徒に示した。目的は観点別評価のマニュアルに書いてある方法に沿って、業務をこなすこと。生徒の学力の向上ではない。

形式先行で目的を見失ってしまっていることが結構多いことに気が付く。形式は不要なものではない。しかし必要条件であって十分条件ではない。十分条件が簡単に満たされることなんてなかなかないが、目標達成のための必要条件を広い角度からそろえていくことを忘れてはならないの

ではないか。

今回は練習問題（試験問題）について生徒にとって悪名高い、私の問題を観点別評価という観点で紹介する。

2. 方針あつての評価の観点

この問題に該当する評価の観点は何か？

問 4320の正の約数の個数を求めよ。

素因数分解を使って個数を出す方法を知っているかどうかは「知識・理解」、その処理を正確にして個数を出せるかは「技能」、なぜそのようにして個数を出せるか理解できているかが「見方・考え方」、個数の出し方に興味を持って積極的に利用しているかは「関心・意欲・態度」。結局はすべての観点が詰まっている。ただ、私はこの問題は「見方・考え方」に焦点を当てた扱い方をしたい。約数の個数を素因数分解というアプローチで出すことは、まさに数学的な考え方であり、そのすばらしさを生徒にも実感してほしいからだ。そうやって授業で扱ったのならば、試験でも「見方・考え方」の問題として出題したい。しかし、そのまま出したのであれば、求め方を公式的に知っているのかどうかを問うことになってしまう。だから問題を少し変えてみる。

問 4320の正の約数のうち偶数であるものの個数を求めよ。

教科書の例題の解法を淡々と生徒に示し、その内容をそのまま試験に出すのであれば、それは「知識・理解」の問題のみの試験ではないだろうか。観点別に評価するための試験問題の背景には、意図を持った指導と評価するための工夫がなくてはならない。重要なのはその問題に教師の気持ちが吹き込まれているかどうかだと思う。

3. 観点に応じた採点基準か

前述の問題(4320の正の約数のうち偶数であるものの個数を求めよ。)で、次のような解答があった場合、点数は与えられるのか。間違えは最初の素因数分解だけである。

$4320 = 2^2 \times 5 \times 211$ である。

2^2 の約数は1, 2, 2^2 の3個

5の約数は1, 5の2個

211の約数は1, 211の2個 である。

4320の約数は 2^2 , 5, 211の約数の積であるが、偶数であるものには2がかけられてなければいけないことを踏まえて

$2 \times 2 \times 2 = 8$ (通り)

もし、「見方・考え方」を評価する問題なのであれば、点数は与えるべきではないだろうか。しかし、多くの場合は素因数分解を間違えた時点で点数は与えられないのではないだろうか。

また、対象とする生徒が素因数分解をすること

に困難を抱えているのであれば次のように問題自体に配慮することも必要ではないだろうか。

問 $4320 = 2^5 \times 3^3 \times 5$ と素因数分解できる。このことを利用して、4320の正の約数のうち偶数であるものの個数を求めよ。

問題に、評価する観点を持たせるのであれば、その観点を評価できるように、問題の出し方や採点基準も配慮したい。

4. 自分への戒めエピソード

進度に追われ、その他諸々のやりたいことややらねばならないことに時間を奪われ、自覚のないまま、理念なき指導に陥り、そのことにふと気がつく瞬間の罪悪感。分かっちゃいるけど、完璧には避けることができない。そんな自分への戒めも込めたレポートである。他人が作った問題である教科書の問題でも魂を込めて生徒に提供できるように、精進しなければならない。

おまけ

問 赤玉3個、白玉2個を円形に並べるとき、何通りの並べ方があるか。ただし、赤玉同士、白玉同士の区別はつかないこととする。

場合の数は、処理に追われ、どの式を使うかばかり考えがちな分野。しかし、基本は具体例を考え、問題の本質を見極めることではないか。数学的な見方・考え方に入る前段階をしっかりと踏んでいるかを問いたかった問題。

数えたらたったの2通りのとても簡単な問題。しかし、数えた生徒はゼロ。計算でも出せるが、迷走して正解にたどり着かない者がほとんどだった。

正弦定理と余弦定理をどのように利用するかにはばかり焦点が行くが、どのように定理ができたかも大切な観点。円周角を動かす方法が理想だが、中心角をとる方法でも解けてしまう。

問 正弦定理を使わずに、 $\triangle ABC$ の外接円の半径を求めよ。

