

「三角比で羊蹄山までの距離を測ったらまさかの結果に!？」

令和6年1月25日(土)

北海道倶知安高等学校 井上 裕稀

1. はじめに

私は数学Iの授業で、習熟度が最も低いクラスを担当しています。生徒たちからは「数学って何の役に立つの?」という声が頻繁に挙がり、本校では探究活動が遅れているという課題も抱えています。こうした状況の中で、教科書に載っている日常的な題材の問題を実際に取り上げて授業を行ってみることにしました。

当初は、「気分転換になれば良いかな」という軽い気持ちで始めた取り組みでしたが、予想以上に生徒たちが深く考える様子が見られ、授業の中で多くの発見がありました。この経験が、似たような課題を抱える方の参考になれば幸いです。

2. 授業の流れと実践

本時の授業の簡単な流れは以下の通りです。

(1 / 2 時間目)

- I. 状況整理: 羊蹄山までの距離と、校舎の高さを求めるのに必要な材料は?
- II. 計測してみる (AB 男女・CD 男女の4グループに分けて計測)
- III. 教室に戻って計算してみる

(2 / 2 時間目)

- IV. 計算結果を確認: 実際の数値と誤差がある!
- V. ズレが生じた理由は何だろう?
※校舎の高さは16m、羊蹄山までの距離は10km

授業の1時間目は天候にも恵まれ、計測や計算を楽しみながら進めることができました。生徒たちは苦戦しつつも、積極的に取り組む姿勢が見られました。一方で、2時間目は実際の数値だけでなく、グループごとの差が想定よりも大きく現れ、生徒たちもそのズレに興味を示していました。「なぜこんなにズレが生じたのだろうか?」と発問したところ、予想していなかった回答がいくつも挙がりました。

- ・スマホを使っているから仰角が正確でない
- ・自分の身長を考慮していない
- ・羊蹄山までの距離が大きいから(校舎のズレの大きさと比較して)
- ・自分の立ち位置が高いから(倶知安高校は正門から生徒玄関まで坂道になっている!)
- ・ $\tan \theta$ の掛け算か割り算かの違い

3. 考察

これらの予想についてももう少し考察を深めてみました。

(a) 羊蹄山と倶知安高校の高度について

まず、仰角が測定位置によって変わるのではないかという予想を検証するために、正門前と玄関前の2地点で測定を行いました。しかし、どちらも仰角は 11° であり、測定位置の違いによる影響は見られませんでした。次に、倶知安町内の複数地点で測定を行いました。結果はどこでも同じ値となりました。

測定値が変わらない理由を考えるため、地理の先生に相談しました。その際、「羊蹄山の標高を計算する際に、倶知安町の標高も考慮すべきではないか」との助言を頂きました。この指摘をもとに標高を考慮した再計算を試みることにしました。

まず、国土地理院のサイトから倶知安高校の標高を 180m と確認し、羊蹄山の標高(1898m)からこの値を差し引きました。また、観測者の身長(1.7m)も考慮し、羊蹄山までの距離を次のように計算しました。

$1898\text{m} - (180\text{m} + 1.7\text{m}) = 1716.3\text{m}$: 羊蹄山の高さ

$$\tan 11^\circ = \frac{1716.3}{x}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1716.3}{\tan 11^\circ} = \frac{1716.3}{0.1944} \approx 8828.7 : \text{羊蹄山までの距離}$$

この考察より、授業中に得た値に比べ誤差の少ない結果を得ることができました。一方で標高を考慮しない場合の測定距離は 9754.6m であり、標高を修正した場合のほうが誤差の大きい結果となってしまいました。

(b) 仰角の計測方法について

次に、計測方法が杜撰であった点を踏まえ、仰角の誤差に着目して考察を進めました。先ほどの計算結果から逆算したところ、仰角の理想値は 10° という結果が得られました。この値は、実際に測定した仰角 (11°) とわずか 1° の差です。このことから、仰角が 1° 違うだけで計算結果にどの程度の影響が生じるのかを確認する必要があると考えました。(表 1)

距離①における仰角ごとの差を計算すると(表 2)、 10° 前後では 1° の誤差が計算距離に約 1000m 近い影響を与えることが分かります。また、標高を考慮した場合(距離①)と標高を考慮していない場合(距離②)を比較すると、標高を考慮していない場合の方が 1° あたりの変化量が大きいことが分かりました。これにより、標高を考慮しない場合は誤差がさらに増幅されやすいという特性が確認されました。

一方で、標高を求める際には、仰角が及ぼす誤差は距離に比べて小さい影響に留まることも明らかです。このことから 10° 付近における仰角の誤差が距離の値の変化に非常に敏感であるのに対し、標高の計算にはそれほど大きく影響しないことも分かります。

表 1 (仰角と羊蹄山までの距離・標高の関係)

θ	8°	9°	10°	11°	12°	13°
$\tan \theta$	0.1405	0.1584	0.1763	0.1944	0.2126	0.2309
距離①(m)	12215.7	10835.2	9735.1	8828.7	8072.9	7433.1
距離②(m)	13496.8	11971.6	10756.1	9754.6	8919.6	8212.6
標高(m)	1586.7	1765.7	1944.7	2125.7	2307.7	2490.7

※距離①が標高を考慮した数値、距離②が標高を考慮していない数値

表 2 (仰角 1° ごとの差)

仰角	8° と 9°	9° と 10°	10° と 11°	11° と 12°	12° と 13°
距離①(m)	1380.5	1100.1	906.4	755.8	639.8
距離②(m)	1525.2	1215.5	1001.5	835.0	707.0
標高(m)	179.0	179.0	181.0	182.0	183.0

4. まとめ

本授業では、“数学を楽しむ”ということを重視して取り組みました。当初は、外に出て実際に計測を行う数学活動自体が目的となっていました。今回の実践を通じて“ズレの要因を考察する”ことにも重点を置くべきだったと感じました。特に、今回の考察では地理の先生に協力を仰ぎ、多様な視点から問題にアプローチすることができました。この経験から、授業の工夫次第で、教科を横断した授業や探究的な学びの教材として発展させる可能性があると感じることができました。

俱知安高校への赴任も一つの縁だと感じています。在任中にこの教材をさらに深く研究し、今後また改めてこの場で成果を共有できればと思います。

5. 参考文献等

- ※ 1 「新編 数学 I」数研出版
- ※ 2 「数学 I Standard」東京書籍
- ※ 3 「国土地理院」<https://www.gsi.go.jp/>