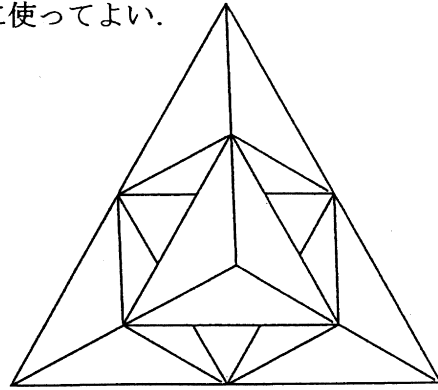
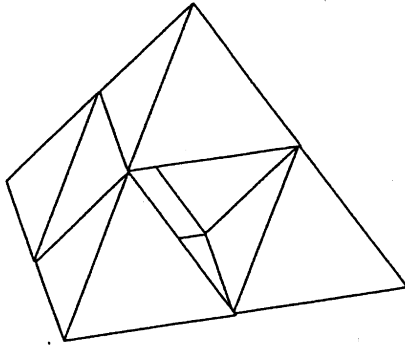


第5問

旧正月を控え、中国料理店「ベイスーチャオ（北数教）」では店の飾り付けなどディスプレイに余念がない。（旧正月とは中国その他の地域で旧暦により正月を祝うことであり、本年は2月14日である。）

お店では飾り付けとして、テーブルに1辺4cmの透明な正四面体を図のように重ね、それを載せるのにぴったりの円卓をこしらえることにした。次の問いに答えよ。

最後につけてある正四面体については、自由に使ってよい。



真上から見た図

- (1) 正四面体 $A - BCD$ の頂点 A から $\triangle BCD$ に下ろした垂線の足を H とする。垂線 AH の長さを求めよ。
- (2) 正四面体 $A - BCD$ の体積を求めよ。
- (3) 三段目まで積み上げるのに必要な正四面体の個数を求めよ。
- (4) 二十段目まで積み上げるのに必要な正四面体の個数を求めよ。またそのとき、最下段の正四面体の個数を求めよ。
- (5) (4) のとき、円卓は最下段にできる正三角形の外接円と同じ大きさとしたい。円卓の半径を求めよ。

飾り付けも終わろうとした頃、店長が「正四面体に内接する赤い球を入れたら、すごくきれいになるよ。それと、二十段目まで積み上げたとき、飾り物全体を覆う（外接する）透明の球も作っておいて。」と指示したので、もう一度初めからやり直すことになった。次の問いに答えよ。

- (6) (4) のとき、飾り物全体を覆う（外接する）球の半径を求めよ。
- (7) 正四面体 $A - BCD$ に内接する球の半径を求めよ。また、その球を赤いスプレー塗料で一つひとつ丁寧に色づけし、(4) のときの一つひとつの正四面体の中に入れる。赤いスプレー塗料はどのくらい必要か求めよ。ただし、スプレー塗料を吹き付けるには 50cm^2 あたり 1ml 必要と考える。

