

第 1 問

次の問いに答えなさい。なお、 $A, B, C, D, E, F, G, H, J, K, L, M, n$ は自然数である。

- (1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{A}{B}$ とおく。このとき、 A が 7 の倍数であることを示せ。
- (2) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{C}{D}$ とおく。このとき、 C が 13 の倍数であることを示せ。
- (3) m を 3 以上の素数とする。 $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{m-1} = \frac{E}{F}$ とおく。このとき、 E が m の倍数であることを示せ。
- (4) $\frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} = \frac{G}{H}$ とおく。このとき、 G が 19 の倍数であることを示せ。
- (5) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots - \frac{1}{2012} = \frac{J}{K}$ とおく。このとき、 J が 3019 の倍数であることを示せ。
- (6) $6n+1$ が素数となるような n に対して、 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots - \frac{1}{4n} = \frac{L}{M}$ とおく。このとき、 L が $6n+1$ の倍数であることを示せ。