

第5問

紙を折って作図するには、下の7つの操作がある。

操作1：ある2点を通る直線を折ることができる。

操作2：ある2点が重なるように折ることができる。

操作3：ある2直線が重なるように折ることができる。

操作4：ある点と直線について、その点を通り直線と垂直である直線を折ることができる。

操作5：ある2点と直線について、片方の点を通り、もう1つの点が元の直線と重なるような折り目で折ることができる。

操作6：ある2点と2直線について、一方の点が一方の直線に、もう一方の点がもう一方の直線にそれぞれ重なるように折ることができる。

操作7：ある点と2直線について、点を1つの直線に重ね、もう1つの直線に垂直になる直線を折ることができる。

このとき次の各問いに答えなさい。

- (1) 次の例にならい、 $\triangle ABC$ の外心、内心、重心の作図の仕方を答えなさい。

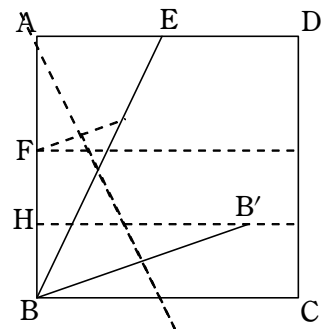
例： $\triangle ABC$ の垂心の作図。

操作1により直線 AB を折る（折り目1）。操作4により、点 C を通り、線分 AB と垂直になるような折り目を作る（折り目2）。操作1により直線 BC を折る（折り目3）。操作4により、点 A を通り、線分 BC と垂直になるような折り目を作る（折り目4）。この折り目2と折り目4の交点が垂心となる。

- (2) 与えられた線分 AB を1辺とする正三角形 ABC 、正方形 $ABCD$ の作図の仕方を答えなさい。
 (3) n を2以上の自然数とする。直線 l 上の2点 A, B について、直線 l 上の点 P で線分 AB を n 等分する点のうち、点 A に最も近い点の作図の仕方を答えなさい。
 (4) a を正の数とする。直線 l 上に3点 A, B, C がこの順で並んでおり、 $AB=1, BC=a$ とするとき、線分 AC 上で、 $BS=\sqrt{a}$ となる点 S の作図の仕方を答えなさい。

- (5) 次の手順により、与えられた鋭角が三等分できることを証明しなさい。

正方形 $ABCD$ において、辺 AD 上に点 E をとる。辺 AB 上に2点 F, H をおき、点 B に近い方を点 H として、 $2BH=BF$ を満たすものとする。このとき、操作4より点 H を通り、辺 AB に垂直になるような折り目を作り、操作6より点 F を辺 BE 上に、点 B を折り目上になるように折る。点 B のうつされた点を点 B' とすると、 $\angle EBC=3\angle B'BC$ となる。



- (6) コンパスと定規で作図できる図形は、紙を折ることででも作図できる。このことを証明しなさい。