

問題 2

着眼点

「方べきの定理」に気付くかどうか。

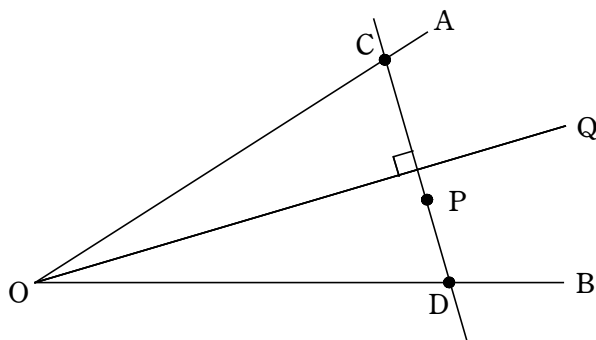
解答例

《点 C, D の作図方法》

∠AOB の二等分線を OQ とする。

点 P を通って、直線 OQ に垂直に交わる直線 m を引く。

直線 m と半直線 OA, OB との交点をそれぞれ C, D とすればよい。



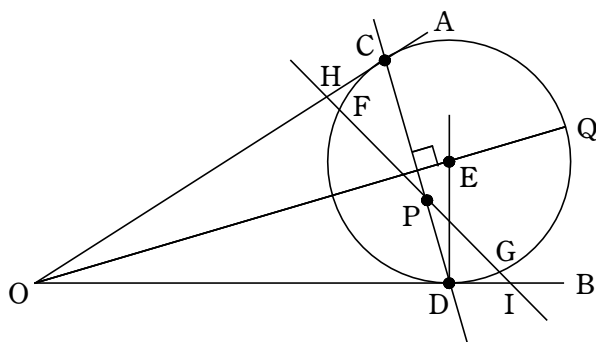
《最小となる理由》

点 D を通って半直線 OB に垂直な直線が直線 OQ と交わる点を E とする。

(注：点 C を通って半直線 OA に垂直な直線が直線 OQ と交わる点をとっても E に一致する)

点 E を中心として DE を半径とする円を描いて、これを円 E とする。

点 P を通る任意の直線が円 E と交わる点をそれぞれ F, G とし、点 P を通る任意の直線が OA, OB と交わる点をそれぞれ H, I とする。



このとき、方べきの定理から

$$PC \cdot PD = PF \cdot PG < PH \cdot PI$$

が成り立つので、このように C, D をとると、(PC の長さ) × (PD の長さ) を最小にすることができる。