

## 問題 5

### 配点

- (1) 13点 (2) 6点 (3) 6点 (4) 6点 (5) 4点 (6) 5点

採点基準については、次のとおりです。

- (1) 1つにつき1点。前が間違っているが、次への計算があっているときは△、全体的にずれているところは、全体で半分だけ点数を上げました。また9進数のところでは、「 ${}_9$ 」がないものは△としました。
- (2) 答えのみは、 $n$ の位は1点、一の位と $n^2$ の位の関係は2点としました。繰り下がりの説明がないものは1点の減点。一の位と $n^2$ の位の関係で和が $n$ の位と同じ、のみの記述は1点としました。
- (3)  $K_{10}$ を満たす3つの桁の数字を表す $(a, 9, 9-a)$ で2点。その後の操作Kによってできる数の3つの数字を比較してできる方程式 $8-a=a$ が2点(うち過程1点)。495が出て2点。
- (4)  $K_n$ を満たす3つの桁の数字を表す $(a, n-1, n-1-a)_n$ で1点。その後の操作Kによってできる数の3つの数字を比較してできる方程式 $n-2-a=a$ が2点(うち過程1点)。「 $n$ が偶数になる」で1点、 $a=\frac{n}{2}-1$ が1点。 $\overline{K}_n$ を満たす3桁の数が $(\frac{n}{2}-1, n-1, \frac{n}{2})_n$ で1点。
- (5) 「操作Kの1回目の数 $(b', n-1, n-1-b')_n$ 」, 「操作Kで $(b'+1, n-1, n-2-b')_n$ 」, 「一の位と $n^2$ の位の差が2だけ小さい」, 「一の位と $n^2$ の位が0と $n-1$ から始める」で各1点。
- (6) 「 $a=n-1$ 」, 「 $b=c+1, n-2-c=b, c$ 」, 「 $n-2-c=b$ が不適」, 「 $(b, c)=(\frac{n}{2}, \frac{n}{2}-1)$ 」, 「各位で登場する数字の個数の確認」で各1点。

### 講評

全受験生の解答状況は、1問のみが43名、2問までの解答は26名、3問までは17名、4問までは12名、5問までは12名、6問全て解答したのは1名でした。

(1)の10進数の問題では、途中2桁になり、操作をして0となる解答例が目立った。本問の条件「全ての桁の数字が同じではない」に反しているのが、百の位を0とするのが自然であった。違和感を覚える解答になった時は、条件を確認するなど自分の認識を修正することを意識すべきである。

また、(2)(3)(4)の解答では、(1)の例を演繹的に用いて予想し、結論のみを記したものも目立った。数学ではより論理的な説明が求められ、特に、将来、研究者を目指すものにはその表現力は必要不可欠な能力といえよう。

また、解答の手法で、10進法で表した後に $a, b, c$ の不定方程式として考察したものが何名かいた。問題文にはヒントを暗示した、各桁の数の明記法がある。この存在理由を意識することも、問題解決能力としても必要であろう。

### 解答解説の補足

(6)の条件について、 $n=3$ とすると $(a, b, c)=(2, 1, 0)$ であり、実際に計算式で見ると、操作前後の数字で0が登場する桁数が等しくならない。以前の設定では $n>2$ としていたが、問題の難易度の調整でこのようになった。

### 最後に

数学の科目「数学活用」はご存知だろうか。この科目は皆が習っている数学Ⅰ・Aなどとは違い、数学を身近に活用することが目的である。本問のKaprekar定数はそこで取り上げられている。実はこの「数学活用」は来年度で廃止となる。その理由は、この科目の目的が他の数学の科目に吸収されるからだそうだ。つまり、これからは「数学活用」での話題や本コンテストの問題を体験することも大切であろう。ぜひ「数学活用」の教科書を読んでみてほしい。

(双葉高等学校 古田和幸)