

問題 4

2 つの実数 x, y を変数とする実数値関数 $F(x, y)$ は、次の条件 (I)～(IV) を満たす。

条件 (I) $F(1, 0) = 2$

(II) $F(y, x) = -F(x, y) + x + y$

(III) $F(x+z, y) = F(x, y) + F(z, 0)$

(IV) $x > 0$ のとき、 $F(x, 0) > 0$

また、 $f(x) = F(x, 4)$, $g(x) = F(4, x)$ と定義する。

次の問いに答えなさい。

(1) 次の値を求めなさい。

① $F(0, 1)$ ② $F(0, 0)$ ③ $F(2, 1)$

④ $F\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ⑤ $F\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ⑥ $F(-1, 0)$

(2) $a < b$ のとき、 $f(a) < f(b)$ を証明しなさい。

(3) $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 $f(x)$ の値の範囲を求めなさい。

(4) $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 $f(x)\{g(x)-1\}$ の最大値および最小値を求めなさい。また、そのときの x の値を求めなさい。