

## 配点

(1) 5点 (2) 5点 (3) 7点 (4) 8点 (5) 7点 (6) 8点

## 講評

一人の数学科教員としてだけでなく、30年以上昔に数学コンテストで入賞した“OB”として、「答案づくり」に関して、採点していて感じたことを記しておく。

「答案」とはメモではなく、自分が考察した道筋を表現するものであるから、作文や小論文といった文章を書くつもりで答案づくりをしなければならない。単語を並べているだけでは文章にならないと同様に、計算式を書くだけでは説明にならないし、散文詩のような箇条書きであってもならない。また、結論を述べるためには、明確な根拠も要求される。明確な根拠とは自分だけにわかるものではなく、誰（採点者）が見てもわかるように説明がなされなければならない。そういった根拠が示されていない結論は単なる憶測でしかない。高校では、せっかく命題や条件、背理法や数学的帰納法といった事柄を学習するのに、それらを軽視している生徒が多いのか、「答案」の体をなしていない「答案もどき」のものが多く見られた。非常に残念なことである。特に、今回目立ったのは、示すべき事柄を勝手に成り立つと仮定して話を進めている答案である。冬休みの貴重な時間を費やしてまで自らコンテストに参加しようと思うくらい数学に前向きな中高生には、問題の解き方でなく答案の書き方に焦点を絞った本として、旺文社刊『総合的研究 記述式答案の書き方（崎山理史、松野陽一郎 著）』をオススメする。

さて、(1)は、 $6.01 \leq \sqrt{37} < 6.1$ であることを示せばよいのであるが、「 $6.01 \leq \sqrt{37} < 6.1$ が成り立つことを仮定」してこの不等式の各辺を平方するなどして「 $6.01 \leq \sqrt{37} < 6.1$ が成り立つ」と結論づけている答案が多かった。根拠のない仮定で得られた結果は意味を持たない。事実だけに基づいて論理を構築してほしい。中には、「 $\sqrt{37} = 6.1$ と仮定」している答案も見られた。 $\sqrt{37} = 6.1$ が成り立つならば、その両辺を平方して得られる $37 = 37.21$ も成り立つことになるのだが。

また、「小数第2位に初めて0でない数が現れる」を「小数第1位が0である」と混同している答案も見られた。「小数第1位が0である」は「小数第2位に初めて0でない数が現れる」の必要条件であるが、必要十分条件ではない。

そのような答案が多数を占める状況にあつて、 $0.01 \leq \sqrt{37} - 6 < 0.1$ を示そうとして、

$\sqrt{37} - 6 = \frac{1}{\sqrt{37} + 6}$ と変形をしている答案が複数見られた。また、あらかじめ $\sqrt{37}$ の値を求めたの

か、 $6.08 < \sqrt{37} < 6.09$ など、より厳密な不等式を用いて評価している答案も見られた。これらは評価に値する答案である。今後も研鑽に努めてほしい。ただし、いきなり「 $6.08 < \sqrt{37} < 6.09$ だから」と書かれた答案は残念である。 $6.08 < \sqrt{37} < 6.09$ である根拠を示してもらいたいというのが出題者の意図である。

(2)も、 $1974.01 \leq 2019 - \sqrt{2019} < 1974.1$ が示せばよいのであるが、(1)と同様のミスが見られた。と同時に、 $45 - \sqrt{2019} = \frac{6}{45 + \sqrt{2019}}$ から絞り込もうという答案も見られた。

(3)や(5)については、いくつか“実験”をしてみると、 $N$ として「平方数より少し大きい数」が候補になることが予想されるが、それを結論として扱っている答案があまりに多すぎた。実験による予想はあくまでも予想であるから、それを裏付ける根拠を述べるのが数学の答案である。

(4)や(6)については、題意を満たす $N$ は途中までは $N = n^2 + 1$ （ただし $n$ は整数）に限られるが、途中から $N = n^2 + 1$ だけでなく $N = n^2 + 2$ も（さらに(4)では $N = n^2 + 3$ も）題意を満たすようにな

ることをきちんと説明できている答案が少なかった。

(北海道室蘭東翔高等学校 平間順宏)