

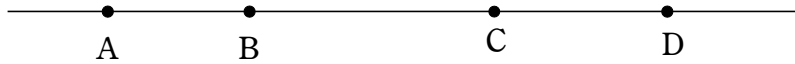
問題 2

一直線上に互いに異なる 4 点 A, B, C, D がこの順に並んでいる。点 P は、この直線外にある。

$\triangle PAD$ の外接円と $\triangle PBC$ の外接円が点 P 以外で交わる点を Q とする。ただし、2 つの円は 2 つの点で交わるとする。

- (1) $\triangle PAD$ の外接円, $\triangle PBC$ の外接円, 及び点 Q を解答用紙に記載されている点と直線を元にして, 解答用紙に作図せよ。
- (2) $\angle APB = \angle CQD$ であることを示せ。

P
●

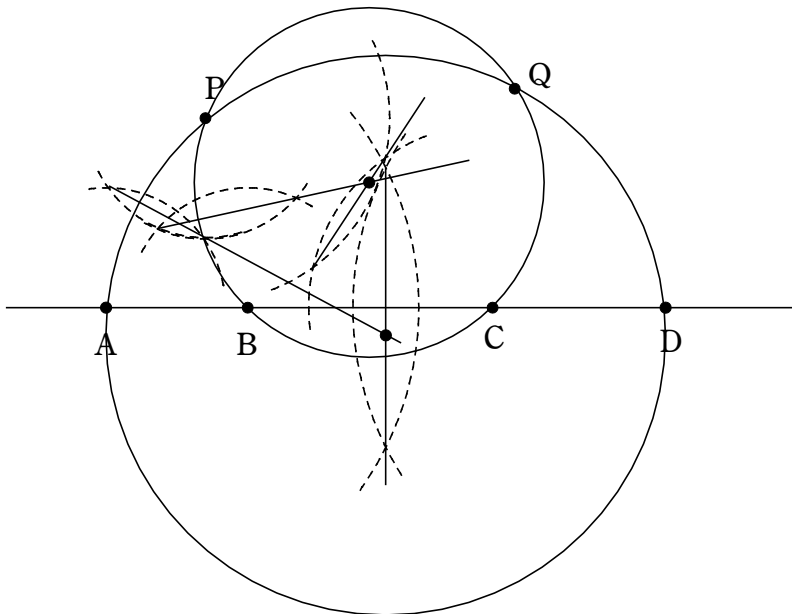


着眼点

円に内接する四角形の性質を十分把握できているかどうか, ということに尽きる。

解答例

(1)



(2) 直線 AD の D を超える延長上に点 E をとる。

四角形 $PADQ$ は円に内接するので, 内角はその対角の外角に等しいから,

$$\angle APQ = \angle QDE \quad \dots\dots ①$$

四角形 $PBCQ$ も円に内接するので, 内角はその対角の外角に等しいから,

$$\angle BPQ = \angle QCE \quad \dots\dots ②$$

また、 $\angle APB = \angle APQ - \angle BPQ$ ……③

$\triangle CDQ$ において、2つの内角の和は残りの角の外角に等しいことから、

$$\angle CQD = \angle QDE - \angle QCE \quad \dots\dots④$$

よって、①、②、③、④より、

$$\angle APB = \angle CQD$$

配点 (1)5点 (2)35点

講評

- [1] (2)を解答するとき、(1)で解答した図形を利用してもよい。ただし、見づらくなる図形はよくない。また、別に描くときも、定規やコンパスを使用して、きちんとした図形を描くこと。フリーハンドはよくない。
- [2] 円に内接する四角形についての知識として、「向かい合う2つの内角の和は 180° である」や、「ある内角とその対角の外角は等しい」は説明不要で使用してよい。このようなことをわざわざ説明している答案が散見された。
- [3] 問題に設定された以外で自分独自に点や補助線を設定するときは、それに関する説明が必要。点や補助線を描いて説明なしで使用している答案が散見された。このような答案は減点した。
- [4] 線分ADを、 $\triangle PAD$ の外接円の直径または半径と勘違いした答案も散見された。自分が描いた図形に自分が惑わされていた生徒が数人いた。
- [5] (1)はほとんどの生徒が得点していた。90%以上であった。ただし、点や線が判別しにくく、紛らわしい図形が散見された。公立高校入試では幾何の作図が出題されるため、公立高校を受験した経験がある生徒は作図はできるはずである。1年生は1年足らず前のことである。もう忘れたのであろうか…？
- [6] 図形を描くとき、芯がHなどでは薄すぎて、なおかつ、筆圧が低い人は一層見えにくい答案になっており、何を描いているのか判別できない図形が散見された。一方、Bや2Bなどで描いている答案の中には、芯の黒鉛が滲んで線や点の周囲に薄く広がっている答案もあった。そこに別の線が重なったため、一層見えにくい図形になっている答案も散見された。描いたとき、補助線など描いた線を消さないように指示はしたが、しかし、見づらい、判読しにくい答案もあった。
- 自分が作成した答案は、他の人間が見るということを意識する必要がある。答案は「他人に見せるもの」ということを意識せよ。他人が見て、自分が意図したことが果たして通じる答案になっているかどうかを確認する必要がある。ある答案など、自分が描いた図形を見誤って、誤った解答になっていたものもあった。自分が書いた答案を他人に見せて、自分の意図が果たしてきちんと伝わるかどうか確認すればよい。今後、あまりにひどい答案は減点もありうる。
- [7] 作図の練習ももっと積んでほしい。「平面幾何」は、本来、大変重要な分野である。図形の感覚を磨いておけば、種々のグラフを描くとき、取り組みやすいし、パラメー

ターを設定してグラフを動かす問題など全体を把握しやすい。ICTなど使わなくても図形の概容と動きを把握できる。このためには、作図の練習をもっと積み重ねてほしい。電子道具を使わなくてもグラフの概容が頭に浮かぶようにならない。

[8] 答案である以上、文章である。この場合、現代日本語である。言葉の言い回しなども見た。自分が考えたことをきちんと相手に伝えることができるような文章になっているかどうかも重要である。自分の答案を見る相手の立場に立って答案を作ることができる必要がある。また、書かれている文字も重要である。採点者から見て、どう見てもこうしか読めないという文字も散見された。「P」と「D」が判別できない、判別が難しい答案も十数枚あった。また、小さい文字で書かれた答案も散見された。さらに、これが雑に書かれているため、一層判読しにくい、判別しにくい答案もあった。これも、「答案は他人が読むもの」という意識が欠けている生徒が多い証拠であろう。これを改善することは、解答者が日頃から注意して答案を作成することである。

[9] 線分PBとQCを下に延長して、 $\triangle PAD$ の外接円との交点を求めて、これを利用して解答しようとした答案、また、上に延長して、これら2直線の交点を求めて、これを利用して解答しようとした答案もあった。しかし、 $\triangle PAD$ の外接円と、PB、QCが円周上の1点で交わるときはどう解答するのであろうか？また、上に延長するといつても、交わるかどうかわからない。図によっては、上方向に2直線が開くような形に伸びる場合もある。このようなときはどう解答するのであろうか？

[10] 「初等幾何」という言葉を聞いた人は「初等」という言葉に騙されることが多い。「初等」という言葉から連想されることは、「簡単」「基礎的」「小学校」「幼稚」というものであるが、実際は決してそうではない。「初等」という意味は、問題の意味を理解するとき、小学生でも理解できるほど簡単であるという意味である。それを解答することが簡単であるという意味ではない。中には、かなり難しい問題も存在する。

[11] 今年の出題も簡単な問題であった。一昨年の出題など、満点が続出すると予測していたが、平均点も10点台であったと記憶している。思えば、「幾何」が大学入試から消えて長い期間が経過している。しかし、これは「幾何」が重要でないということではない。「幾何学を知らざる者、この門を叩くべからず」とは、プラトンが自らの学園「アカデメイア（「アカデミー」の語源）」の入り口に掲げた有名な言葉である。このように、「幾何」、特に「平面幾何」は重要である。上にも書いたが、道具を使わなくても、図形が頭の中に描けるほどになるまで習熟してほしいと思う。これを実現するためには、自分の手を使って、何回も紙に図形を描いて練習することである。

「幾何」が軽視されていること、特に、長年輕視されてきていることに対して、著名な数学者数人が警鐘を鳴らしてきた。たとえば、小平邦彦先生、清宮俊雄先生などである。昨今の日本の中高校生の学力状況を見れば、「幾何」も危険な領域に入ってきていると思われる。

今回の問題では、満点が16人も出る一方、平均点は全体の平均点より低かった。満点は5題の中で最も多かった。つまり、できた生徒とできなかった生徒との差が明確であった。満点を取れた生徒はよいであろうが、コンテストの参加生徒全体が幾何の知識

をもっと持ってもらいたいと希望する。来年以降も幾何の問題が出題されるかどうかはわからないが、もし自分が出題するとすればもう少し難しい問題にする予定である。

(北海道石狩翔陽高等学校 山崎 昌典)