

問題 3

実数 x を変数とする実数値関数 $f(x)$ は、次の関係式 (※) を満たしている。

$$f(2xy) = f(x+1)f(y) - 2f(y) \quad \dots\dots (\text{※})$$

次の問いに答えなさい。

- (1) $f(x)$ が定数関数であるとき、すなわち $f(x) = c$ (c は定数) のとき、定数 c の値を求めなさい。(注：関数 $f(x)$ が定数関数であるとは、 x がどのような値であっても $f(x)$ の値が変わらない定数値の関数のことをいう。)
- (2) $f(x)$ が定数関数でなく、 $f(0) = 0$ であるとき、
 - ① 次の値を求めなさい。
 - (i) $f(1)$ (ii) $f(2)$ (iii) $f\left(\frac{1}{2}\right)$
 - ② $f(-x) = -f(x)$ を示しなさい。
 - ③ $f(-3)$ の値を求めなさい。
 - ④ $f(2020)$ の値を求めなさい。
 - ⑤ $f(\sqrt{2})$ の値を求めなさい。ただし、 $f(\sqrt{2}) > 0$ である。