配点

⑴　5 点　　⑵　12 点　　⑶　10 点　　⑷　13 点

講評

リーグ戦とトーナメント。どちらが便利な勝敗の決め方なのか？これは難しい問題です。

リーグ戦は順位は実力順になる一方で試合数は多くなります。トーナメントは試合数は少なくて済む一方で，順位は実力順になりません。

あなたはどっちの方法がいいと思いますか？

⑴は具体例をあげる問題でした。ルールをきちんと読み取れれば難しくない問題です。いろいろな解答がでましたが，やはり一番考えやすかった

第1	試合	第2	試合	第3	試合	第4	試合
1	5	3	7	2	6	4	8

が多かったです。これは①１と２，３と４，５と６，７と８が遠い位置になるように並び替える方法と②問題文の具体例から順位順になるように数字を並び替えると出すことができます。みなさんはどっちで求めたでしょうか？

ちなみにいろいろな解答が出たので分類して解答数を数えてみました。

1	試合	2	試合	3	試合	4	試合	解答数
1	5	3	7	2	6	4	8	154
1	5	3	7	4	8	2	6	2
1	5	4	8	2	6	3	7	2
1	5	4	7	3	8	2	6	1
1	5	4	7	2	6	3	8	1

1	試合	2	試合	3	試合	4	試合	解答数
1	5	3	7	4	6	2	8	1
1	5	3	7	2	8	4	6	2
1	8	3	6	4	5	2	7	2
1	8	3	6	2	7	4	5	2
1	8	4	5	3	6	2	7	1

少ない解答をしたみなさんはおめでとうございます（何が？　笑）。

⑵全試合数を求める問題でした。よくできていましたが，答えのみしか書かれていない解答，具体例から導き出した解答が多かったのが残念でした。数学の問題は答えよりどのように考えたか，過程が大切です。答えのみではどのようにしてその答えが導かれたのかわかりません。具体例から出した解答は，具体例以外でも本当に成り立つの？と疑問になってしまいます。

具体例から答えを予想するのはいいのです。ただ答えが出たから満足せずに，導かれた式をよく考えてどういう意味があるか読み取るようにしましょう。

(3)問題文をよく読むと $N\left(x, \dfrac{x+y-1}{2}\right)$ が勝った人の場合の数，$N\left(\dfrac{x+y+1}{2}, y\right)$ が負けた人の場合の数をさしていることがわかります。

聞いているのはそのことではなく，$N\left(x, \dfrac{x+y-1}{2}\right)=N\left(\dfrac{x+y+1}{2}, y\right)$ が成り立つ理由を説明してくれという問題です。よって，「勝った人の場合の数と負けた人の場合の数が等しいから」は答えになりません。問題を言い換えたに過ぎないからです。

ではどこに注目してほしいかというと，勝った人と負けた人の人数が等しいところに注目します。しかし，ただ単に「人数が等しい」だけでは $N\left(x, \dfrac{x+y-1}{2}\right)=N\left(\dfrac{x+y+1}{2}, y\right)$ の説明になりません。「勝った人の順位と番号が一致する場合の数と負けた人の順位と番号が一致する場合の数が等しい」ことを説明してほしいのです。ただ単に「人数が等しいから」というのは説明不足になります。番号が一致する場合の数が等しいことは一対一に対応できることを説明できればＯＫでしょう。一対一の説明はいろいろありますが、どんな手段でも説明できていればＯＫにしました。

(4)なかなか面白い結果だなあと思ったのは僕だけではないはずです。$N(1, 2^n)=2^{試合数}$ ってちょっと素敵な答えですよね。

$N(1, 2^{n+1})$ と $N(1, 2^n)$ の関係式を求めて、そこから導き出すといったアプローチを取った人はけっこういましたが，残念ながら答えまで行きつけた人はいませんでした。(3)をヒントにもう少し慎重に数えてほしかったなあ。

一方で，１番の人から 2^{n-1} 番の人は勝ちグループに入らなければならないという視点で考えて $2^{2^{n-1}}$ 通り。これが n 回あるので，$\left(2^{2^{n-1}}\right)^n=2^{n\cdot 2^{n-1}}$ というアプローチで答えを導いた人がいました。このアプローチから答えを出してくれた立命館慶祥の荒川君，札幌北の髙山君はいい視点でした。

ただここで気になるところが出てきます。本当にこれで求められるの？実際，勝ちグループと負けグループで順位を跨ぐことはないので求められるのですが，本当に跨ぐことがないのかということが２名の答案からは読み取ることができませんでした。(3)の $N\left(x, \dfrac{x+y-1}{2}\right)=N\left(\dfrac{x+y+1}{2}, y\right)$ の勝ちグループの場合の数と負けグループの場合の数が等しいことから言えるのですが，惜しかったなあと残念でした。

今回はトーナメントをテーマに研究してもらいましたが，日常生活の問題を数学を使って研究するのはなかなか面白いものです。トーナメント以外にも数学的に研究すると面白い話題はたくさんあります。みなさんも日常生活の問題で数学研究してみませんか？

（札幌創成高等学校　　外山　尚生）