

配点と解答状況（概算）

無解答 30 名, (1) 6 点 (185 名) (2) 6 点 (101 名) (3) 6 点 (48 名)
(4) 6 点 (38 名) (5) 前半 4 点, 後半 6 点 (8 名) (6) 6 点 (3 名)

コメントの修正

Matiyasevich 多項式の変数が違っていました。19 変数は誤りで、正しくは 12 変数です。

解答の加筆

(6)にて $k=1, 2$ において, ${}_4C_2=6$, ${}_8C_4=70$ であるので, これらはともに 8 で割った余りが 6。

講評

全体として～数学における説明とは、成立することを論理的に述べたものなので、具体例を挙げるだけの説明は解答としては評価できません。

また正しい解答と言いたいが、説明が不十分で減点としているものも多くありました。高校以降の解答は中学とは違い、結論があっているだけではダメです。何を根拠に、どこに着目して、式をどう変形したかを、評価する人に配慮して述べる必要があります。

(1)～語句「整数部分」, 「小数部分」を使っている人が多くいました。どこかの参考書などでも登場しますが、これらは数学の正式な用語ではありません、定義されているとしても正の実数のときなので、今回の負の数も考えるものではそういうわけにはいきません。

「繰り上がりがあるかないか」での説明がありましたが、論理的には繰り上がりが 1 以外ないことの説明も必要です。

別解として次のようなスマートなものがありましたので紹介します。

$[\]$ の定義より $[a] \leq a$, $[b] \leq b$ 。これらを辺々たして,

$$[a] + [b] \leq a + b$$

ここで, $[a]$, $[b]$ は整数より, $[a] + [b]$ もまた整数。定義より $[a + b]$ は $a + b$ を越えない最大の整数から,

$$[a] + [b] \leq [a + b]$$

(2)～「1 から N の中で」というところを「 $N!$ で」という誤った表現が多くありました。文章の推敲が必要です。

(3)～問題文で「(1), (2)を用いて」とあるので, 「二項係数なので正しい」ではダメです。

(4)～書き方として $(2pN)!$ を $2pN!$ としている人が多くいました。これでは「 $2pN$ の階乗」なのか「 pN の階乗の 2 倍」なのか「 N の階乗の $2p$ 倍」なのかがはっきりしくなくなります。「!」がどこにかかるのかという記法の原点がわかっていない人が多いのが残念です。

(5)～前半の解答例は ${}_nC_r$ の意味を考えれば 3 行で終わるものでしたが, このような解答がなく, (4)を利用して等比数列の和で考えた人が多くいました。コンテストの範囲は「高

校1年修了程度」ですので、数学Aの力で解いてほしいものです。難しいものを学んでいる弊害ともいえるでしょう。

後半について、101番の中地さん（立命館慶祥）の解答を別解として紹介します。

$$\text{ord}_2(2N)! = \left\lfloor \frac{2N}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2N}{4} \right\rfloor + \cdots = [N] + \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor + \cdots$$

N は整数なので、 $[N]=N$ であり、

$$\text{ord}_2(2N)! = N + \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor + \cdots = N + \text{ord}_2 N!$$

したがって、

$$\text{ord}_{2 \cdot 2N} C_N = \text{ord}_2(2N)! - 2\text{ord}_2 N! = N! - \text{ord}_2 N!$$

ここで $\text{ord}_{2 \cdot 2N} C_N = 1$ とすると、 $\text{ord}_2 N! = N - 1$ であり、 N を奇数とすると、 $\text{ord}_2 N! = \text{ord}_2(N-1)!$ であるから、 $\text{ord}_2(N-1)! = N - 1$ 。これは前半の $(N-1) - \text{ord}_2(N-1)! \geq 1$ と矛盾する。

（小樽双葉高等学校 古田 和幸）