

## 配点

(1)(2)(3)(4) 各 10 点

## 講評

着眼点にも記していますが、(1)(2)(3)に共通することで、問いは「～を1つ求めなさい」ではありません。「～をすべて求めなさい」という問いは、条件を満たすものをすべて求め、なおかつ、それら以外に条件を満たすものがないことを示さないといけません。

例えば、(1)で、

$$n=4 \text{ のとき, } 2^7+2^n=2^7+2^4=128+16=144=12^2$$

$$n=7 \text{ のとき, } 2^7+2^n=2^7+2^7=128+128=256=16^2$$

よって、 $n=4, 7$

と答えた答案がかなり多くありました。これは、 $\Rightarrow$ （ならば）を用いて表すと、

$$n=4, 7 \Rightarrow 2^7+2^n \text{ は平方数}$$

が成り立つことを述べているだけで、

$$2^7+2^n \text{ は平方数} \Rightarrow n=4, 7$$

を示してはいません。(2)(3)についても同様です。したがって、逆が成り立つことが確かめられていないものについては、減点としました。

初め、この問題を出題しようと思ったときに用意していた解答例は、解答例の(1)の別解や(2)(3)にあるような解答例でした。その後、ほかの先生から、(1)のような解き方もあると指摘され、(1)では両方の解答例を掲載しました。したがって、(2)(3)を(1)のような方法で解いてもかまいません。

しかし、誤答で多かったのは、(1)でいえば、 $n$ が7より大きいか小さいかに関係なく、 $2^7+2^n=2^7(1+2^{n-7})$ などに変形した解答です。 $n \geq 7$ であれば問題ありませんが、 $n \leq 6$ のときには（ ）内が分数となるので、自然数の2乗になるかどうか不明となってしまいます。(1)でこのことに気づかなかった生徒は、(3)や(4)でも、 $n$ の値に言及せずに、 $2^8+2^{11}+2^n=2^8(1+2^3+2^{n-8})$ 、 $2^5+2^7+2^n=2^5(1+2^2+2^{n-5})$ と変形していました。

また、答案では用語や記号を正しく使う必要があります。普段、自分だけに通用する用語や記号を使って問題を解いているからか、答案としては通用しない書き方をしている答案も少なからずありました。例えば、「 $n$ は偶数である」を「 $n=偶数$ 」と表すのは、正しい表記方法ではありません。

なお、(4)で、2の累乗の一の位の数に着目した答案がいくつかありました。出題者としては想定していない解法でしたが、皆さんの答案を読んで、皆さんの柔軟な発想に驚かされました。ただ、残念だったのは、それらの答案の中できちんと証明できていたのは一部で、多くは説明不十分だったことです。大学へ進学する人にとっては、答案作りは論文作りにもつながっていきます。書いた自分だけがわかる世界を構築するのではなく、答案を読む人を納得させるような答案作りを目指してほしいと思います。

自分も30年以上前はこの数学コンテストの参加者でした。学校の授業ではあまり目に

しないような数学に接し、数学に興味を抱くようになりました。

今回、この問題を出題するにあたり、ほかの先生方からは

「底を2だけでなく、3などに見てみたらどうだろうか」

「指数をもっと大きな数に見てみてはどうだろうか」

といった意見がありました。数学コンテストをきっかけに整数の世界に興味を抱いた生徒には、ぜひこういった拡張にも取り組んでみてもらいたいと思います。

(北海道室蘭東翔高等学校 平間 順宏)