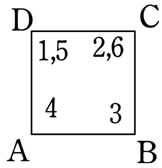
着眼点

とにかく具体的に実験してみましょう。いろいろ法則が見つかるはずです。

解答例

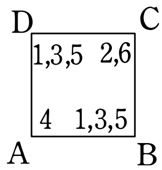
(1)　D から右回りに数字をふると右のようになる。



よってそれぞれの確率は

A	B	C	D
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

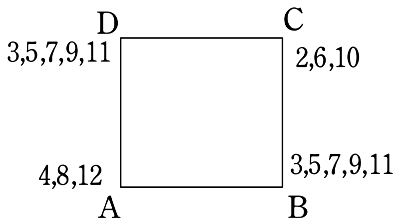
(2)　右回りと左回りを考慮してそれぞれのマス目に到着することができるサイコロの目は右の図のようになる。



よって可能性は

A	B	C	D
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

(3)　右回りと左回りを考慮してそれぞれのマス目に到着することができるサイコロの目は右の図のようになる。



2 個のサイコロを投げたとき，目の和の出方の場合の数は

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

になるから，可能性は次のようになる。

A	B	C	D
$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$	$\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$	$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$	$\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

(4)　可能性が変わらないマスは B と D である。以下でこのことを証明する。

例えば， B のマスに到着するのは， n を自然数として右回りの場合はサイコロの目の和が $4n-3$ になるとき，左回りの場合はサイコロの目の和が $4n-1$ になるときである。よって，B のマスに到着することができるのはサイコロの目の和が奇数になったときである。

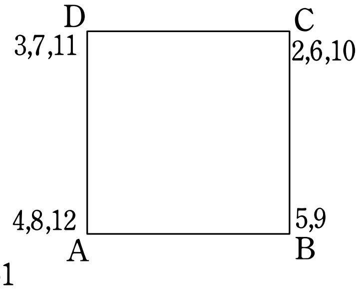
和が奇数になるのは 奇数＋偶数 または 偶数＋奇数 の場合であり，サイコロの個数が 1 個のときは 奇数の確率＝偶数の確率＝$\frac{1}{2}$ であるから，サイコロの個数を 1 個増やしたときも和が奇数になる確率は $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ であり，一定の確率になる。

D のときも同様にして示せる。（右回りと左回りを逆に考えればよい）

(5)　BとDは(4)より $\frac{1}{2}$ であるから，AとCの可能性を求める。

AとCののときは右回りも左回りも到着することができる目の和は同じだから左回りのときだけを考える。

左回りのとき，2から12の数字をふると右の図のようになるから，2個のサイコロを投げたときの確率は



A	B	C	D
$\frac{1}{4}$	$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

…★

4個のサイコロを投げた時の確率は★を使って

$$\text{Aの確率}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{9}\times\frac{5}{18}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{5}{18}\times\frac{2}{9}=\frac{161}{648}$$

$$\text{Bの確率}=\frac{1}{4}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{9}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{5}{18}+\frac{5}{18}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\text{Cの確率}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{5}{18}\times\frac{5}{18}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{9}\times\frac{2}{9}=\frac{163}{648}$$

$$\text{Dの確率}=\frac{1}{4}\times\frac{5}{18}+\frac{2}{9}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{9}+\frac{5}{18}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

6個のサイコロを投げたときの確率は2個のときと4個のときを使って

$$\text{Aの確率}=\frac{1}{4}\times\frac{161}{648}+\frac{2}{9}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{163}{648}+\frac{5}{18}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\text{Bの確率}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{9}\times\frac{161}{648}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{5}{18}\times\frac{163}{648}=\frac{2}{9}$$

$$\text{Cの確率}=\frac{1}{4}\times\frac{163}{648}+\frac{2}{9}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{161}{648}+\frac{5}{18}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\text{Dの確率}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{9}\times\frac{163}{648}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{5}{18}\times\frac{161}{648}=\frac{5}{18}$$

となり，2個のサイコロを投げたときの確率と6個のサイコロを投げたときの確率は一致する。

したがって，$4n+2$（$n=0$，1，2，…）のサイコロを投げたときの確率はすべて一致するから，$n=12$ のときを考えて，50個のサイコロを投げたときの確率は

$$\text{Aの確率}=\text{Cの確率}=\frac{1}{4}$$

したがって，可能性は

A	B	C	D
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

参考　Aはサイコロの目の和が4の倍数，Cは目の和が $4k-2$（$k=1$，2，3，…）になるときである。

サイコロが2個のとき，(3)よりサイコロの目の和を4で割った余りで分類すると，

確率は次の表のようになる。

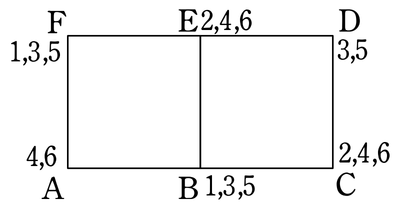
余り	0	1	2	3
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{18}$

別解　A に到着できるのは出た目の和が 52，56，60，…，300 のとき。C に到着できるのは出た目の和が 50，54，58，…，298 のときである。ここで，出た目の和が 50 になるときと 300 になるとき，54 になるときと 296 になるとき，…，298 になるときと52 になるときの場合の数はそれぞれ等しい。(4)より A と C の可能性は あわせて $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ より A と C の可能性はともに $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ である。

(6)　1 個のサイコロを投げたとき，それぞれのマス目に到着することができるサイコロの目は右の図のようになる。

よって可能性は

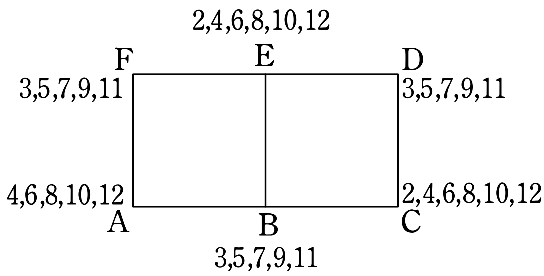
A	B	C	D	E	F
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$



(7)　2 個のサイコロを投げたとき，それぞれのマス目に到着することができるサイコロの目は右の図のようになる。

よって可能性は

A	B	C	D	E	F
$\frac{17}{36}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$



(8)　可能性が変わらないマスは B，C，E，F である。以下で，このことを証明する。

A のマスに到着するためには四角形 ABEF で回転したときは 4 の倍数，四角形 ACDF で回転したときは 6 の倍数になるから，目の和が 4 以上の偶数にならなければならない。

その隣の B と F は目の和が奇数になる場合しかありえないから，(4)より目の和が 1 以上のすべての奇数になったときである。したがって，(4)より一定の可能性になる。

その隣の E と C は B と F の隣であるから，目の和が 2 以上のすべての偶数になったときである。その可能性は(4)より $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ で一定の可能性になる。

(9)　D のマスに到着するためには目の和が 3 以上の奇数でなければならない。

50 個のサイコロを投げたとき目の和の最小値は 50 であるから，(8)よりA，C，E に到着することができるのは目の和が 50 以上の偶数になるときであり，B，D，Fに到着することができるのは目の和が 50 以上の奇数になるときである。

よって求める可能性は

A	B	C	D	E	F
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$