配点

(1)，(2)，(3)，(4)　各 10 点

講評

この問題の採点基準を考えるにあたってのポイントは，

①　異なる 2 数の和の大小関係をどこまで定めることができるか。

②　大小関係が定まらない和について，どのようにして候補を絞り込むか。（絞り込めなければしらみつぶしで調べてもよい。）

③　(1)では 3 数に対して異なる 2 数の和は ${}_3C_2=3$ (通り)であるが，(2)では 4 数に対して異なる 2 数の和は ${}_4C_2=6$ (通り)，(3)(4)では 5 数に対して異なる 2 数，3 数の和は ${}_5C_2={}_5C_3=10$ (通り)ある。

でした。

①については，(2)を例にとると，4 数 a，b，c，d に $a<b<c<d$ という大小関係があるなら，「異なる 2 数の和で最小のものは $a+b$ で，その次に小さいものは $a+c$ である」ということをきちんと説明できているかどうか，ということです。もしもこの問題が難関大学の入学試験であれば，「　」を“自明”としても認められるかもしれません。しかし，この問題を採点するにあたっては，“自明”という言葉で片付けずに，不等式の性質を使って説明している答案を上位に評価しました。

②については，(1)のように 3 数 a，b，c であれば，$a+b<a+c<b+c$ という大小関係が成り立つので，3 元 1 次連立方程式を作ることができます。しかし，4 数，5 数となると，大小関係が定まらないものがあります。すべての可能性をしらみつぶしで調べた答案も多くありましたが，整数問題で偶奇性に着目する問題は大学入試や国際数学オリンピックの問題でも見られる手法です。(3)ではある程度絞り込んだところで偶奇性を用いることができれば，しらみつぶしに比べてかなり省力できます。

③についてですが，「～を満たすものを 1 つ(組)求めよ」という問題でなければ，数学の問題では“必要十分条件”を答えることが要求されます。すなわち，条件を満たすものをすべて求めることと，解がそれ以外にないことを説明することが要求されます。(1)は 3 文字に対して方程式が 3 本あるので，3 本の中に同値性がなければ，3 元 1 次連立方程式を解けば解は得られます。しかし，(2)は 4 文字あるので方程式は 6 本，(3)は 5 文字あるので方程式は 10 本できます。4 文字，5 文字であれば方程式はそれぞれ 4 本，5 本あれば解は得られますが，その解が残りの式も満たさなければ，解とは認められません。（(2)は 6 本の方程式の中に同値なものが含まれるので，そのままでは解を求めることができませんが。）

なお，(3)では，10 個の和 $a+b$，$a+c$，$a+d$，$a+e$，$b+c$，$b+d$，$b+e$，$c+d$，$c+e$，$d+e$ の総和は 20，31，41，32，52，35，43，37，28，49 の総和 368 に等しいことから $4(a+b+c+d+e)=368$ すなわち $a+b+c+d+e=92$ を導くことができ，これと $a+b=20$，$d+e=52$ から $c=20$ を求めることができます。$a+c=28$，$c+e=49$ を導けていたら，残りの a，b，d，e も求めることができます。

また，(4)については，解答例のような解き方でなく，10 個の和 $a+b+c$ ，$a+b+d$ ，…，$c+d+e$ について(3)と同様に考えて，a ，b ，c ，d ，e の値を求めることもできます。

（北海道室蘭東翔高等学校　　平間　順宏）