

配点

- (1) 8点 (2) 8点 (3) 12点 (4) 12点

講評

(1)(2) 作図問題は学校であまり取り扱われないためか、作図法を全く思いつかなかったものも少なくない数見られました。作図には、基本図形がいくつか存在します。代表例は与線分の垂直二等分線、与直線の垂線のうち与直線上の点/与直線外の点を通るもの、与直線の平行線のうち与直線外の点を通るもの、与角の二等分線などです。しかし、以上の基本図形の作図法を知っていたからといって、今回の(1)(2)がすんなり解ける訳ではなく、その知識に加えて、数学Aで学ぶ円や直線図形の性質から適切なものを組み合わせることが求められます。その意味で、作図問題に取り組むことは、図形的センスを磨く一つの良い手段となります。もし時間と興味がある人は、ぜひ色々な作図問題にチャレンジしてみたいと思います。

今回の作図問題には(1)、(2)の両方に一般解と特殊解が考えられますが、解答例はいずれも一般解の方です。

(1)は、接線が円Oの半径と垂直であることと円周角の定理とを利用した作図法、(2)は円O、 O_1 の共通接線と円O、 O_2 の共通接線の交点が、円 O_1 、 O_2 の共通接線の1つの上に存在することを利用した作図法です。

採点基準は、作図の線が不明瞭であったり、作図手順が辿れないものは加点なしとしました。また、(2)で2点 O_1 、 O_2 の両方が円Oの直径上に存在する解答は、問題文の仮定を満たさないので加点していません。

(3)(4) 数学Aの範囲の証明問題です。解答全体を通して感じたのは、記述解答（および証明）の書き方の基本が身に付いていないものが非常に多いということです。記述解答の書き方の基本は次の通りです：

- ① 用語および日本語表現は正しい（教科書、問題集、参考書等で広く使われている）ものを使う。
- ② 問題文にない文字を使う場合は、その文字が何を表しているのかを、記述解答中に明示する。
- ③ 定義、定理を使う場合は、問題文で与えられている条件が、定義、定理の前提条件を満たしていることを、記述解答中に明示する。
- ④ 記述解答においては、原則、全ての主張（≒式）に対して、それぞれが成り立つ理由を、言葉、図、表を用いて示さなければならない。
- ⑤ 記述解答は、原則「理由1 → 主張1(式1) → 理由2 → 主張2(式2) → …… → 結論」の流れを辿る。

以上の基本は、記述の訓練を大量に行うことでしか上達し得ません。高校数学の中心にあるのは確かに式ですが、それだけでは証明、記述解答は決して成立しません。今後の皆さんの記述の訓練を期待します。

(3)について、「『接弦定理の逆』より明らか」のような記述がありましたが、接

弦定理の逆を示す問題なので、加点されません。また、この証明は本来 $\angle ABC$ が鋭角、直角、鈍角の3通りのすべての場合で成り立つことを示さなければならない問題ですが、鋭角の場合が記述できていれば満点(12点)を与えています。

(4)について、全受験者中、正解者は1名のみ、途中まで記述できている者も1名のみでした。この問題のポイントは、4点 B, C, D, E が同一円周上に存在すること(方べきの定理の逆の利用)ですが、図形問題に慣れていない人には気づきにくかったかもしれません。惜しい解答としては、2点 O_1, O_2 が円 O の直径上にあることを利用しているものがありましたが、これは問題文の一般性を鑑みると、特殊解を1つ見つけただけとなるため、加点していません。

*最後に。今回の問題(4)は、作問者がかつて指導していた T.F. さんが中学2年のときに発見した定理をそのまま問題にしたものです。本人と連絡がとれず、出題可否の確認ができなかったのですが、あまりにきれいな定理だったので今回勝手に出題させて頂きました。この場を借りてお詫びと感謝を致します。

(立命館慶祥中学校・高等学校 根岸 雄登)