$\boxed{\text{配点}}$

⑴　2点　⑵　2点　⑶　2点　⑷　6点　⑸　10点

⑹　3点　⑺　3点　⑻　6点　⑼　6点

※⑴⑵⑶⑸⑹⑺⑼はA，B，C，… それぞれ0.5点で採点しています。合計が整数でない場合は小数点以下を切り捨てにしています。

$\boxed{\text{講評}}$

社長になり，すごろくで日本全国や世界を飛び回り都市や駅を巡りながら不動産を買収し，お金を儲けていくゲームがあります。そのゲームにはサイコロの数を増やすことができるカードが存在し，プレイヤーはカードを駆使しながら目的地を目指します。目的地にはぴったり止まらないとゴールすることができないのでカードの使い方が大事になってくるのですが。いろいろな人のプレイの様子を実況動画などで見てみるとゴールに近い状態でもサイコロを増やすカードを使ったほうがゴールするためには有利なようです。これは本当なのか数学的に分析してみようというのが今回の問題でした。

⑴は右回りに数字をふっていくと確率はすぐわかります。やさしい問題なので全員正解してほしかったのですが…。問題文の読み間違いから正解を出せなかった人がいました。具体例も出しているのですから正確に問題を読んでルールを把握したいですね。

⑵は⑴の例と解答から考えると求めることができるのですが，ただ単に足すだけではだめです。右回りでも左回りでもAとCに到着できるサイコロの目は変わらないのでそこを考慮しなければなりません。また，「到着できる方法が少なくとも1通りある場合」なので右回りと左回りで$\dfrac{1}{2}$倍する必要はありません。

⑶はサイコロの目を増やすとどうなりますか，という問題です。サイコロ2個なので書き出せば求めることができます。ちなみに可能性の分母は「目の和の出方の場合の数」なのでサイコロの数がn個の場合6^n通りになります。

⑷は⑵⑶を考えればBとDが可能性が変わらないマスであることが予想できます。この2つのマスのサイコロの目の和を考えると目の和が奇数のときであることがわかります。サイコロの目の和が奇数になる確率なのですぐさま$\dfrac{1}{2}$と答えたいところですが，本当に$\dfrac{1}{2}$から変わらないのでしょうか？目の和が奇数になる確率は常に$\dfrac{1}{2}$であることを証明してほしかった。証明の仕方はいろいろありますが、サイコロ1個のとき 奇数の確率＝偶数の確率＝$\dfrac{1}{2}$であるところから帰納的に示すのが簡単でしょう。他にもいろいろな証明があります。考えてみてください。

⑸がこの問題の一番難しいところです。もちろんサイコロを50個投げたときを書き出すわけにはいきませんので規則性から考える必要があります。とりあえず⑷の結果よりBとDは$\dfrac{1}{2}$だとわかります。そこでAとCの性質を考えることになるのですが，Aが

50 以上の 4 の倍数，C が 50 以上で 4 で割ったとき余りが 2 になる数であることは容易にわかると思います。あとはそれぞれの確率を求めるだけですが，そこをどう求めるかで苦労した人が多かったようでした。少ないサイコロから考えていってこつこつ求める方法が自然な感じがしますが，そのように求めた人はほとんどいなく，別解のように目の和のサイコロの対称性に注目して求めた人がいました。正直，この解答は思いつかなかったので，「なるほど」「面白いな」と思うとともに，皆さんの発想の素晴らしさに感動しました。よく気づけたと思います！すばらしい！

(6)(7)は道が複雑になりますが，慎重に数えていけば答えられるでしょう。内側の四角が 4 つで 1 周，外側の四角が 6 つで 1 周だということに気が付けば 4 で割った余りと 6 で割った余りを考えればよいということに気が付くでしょう。そこに気が付けばもっと簡単に解答にたどりつけます。

(9)は複雑そうに見えて，実は簡単です。B，C，E，F は可能性が変わらないので，A，D に注目します。A は目の和が 50 以上の偶数になるときであり，D に到着することができるのは目の和が 50 以上の奇数になるときだということがわかれば $\frac{1}{2}$ であることはすぐ見えます。全部が $\frac{1}{2}$ になるのは面白いですね。

(9)までの結果から，ゴールの近くであまりさいころの数を増やすことは得策ではないのかもしれません。ここまでの過程で到着することができるマス目とさいころには 1 周するマス目の数で割った余りが関係していることがわかりました。したがって単調なすごろくではサイコロの数を増やすことはあまり得策ではありませんが，冒頭のゲームのすごろくは複雑です。さいころの数を増やすことで 1 周のマス目の数がいろいろある路線に進むことができます。それによってマス目に到着する可能性はどんどん上がってくるので，結果としてゴールに到着する可能性は高くなるということが言えそうです。したがってさいころの数を増やすカードを使うかどうかは、まわりに 1 周のマス目の数がいろいろあるかどうかが判断材料になりそうです。ゴールに行く道がたくさんあるから可能性は広がっていく。なんか素敵ですね！

（札幌創成高等学校　　外山　尚生）