

問題 4

次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)=3x-1$ のとき, $f(f(x))$ を求めよ。

$g(f(x))$ とは, 2つの関数 $y=f(x)$, $z=g(y)$ があり, $f(x)$ の値域が $g(y)$ の定義域に含まれているとき, $g(y)$ に $y=f(x)$ を代入して得られる関数である。

- 例) $f(x)=2x-1$, $g(x)=-3x+2$ のとき

$$g(f(x))=g(2x-1)=-3(2x-1)+2=-6x+5$$

$$f(f(x))=f(2x-1)=2(2x-1)-1=4x-3$$

- (2) 実数値関数 $f(x)$ は次の3つの条件(I), (II), (III)を満たしている。

(I) $f(0)=1$

(II) 関数 $f(x)$ の定義域は実数全体, 値域は1以上のすべての実数であり, 任意の1以上の実数 t に対して, $f(s)=t$ となるような実数 s が存在する。

(III) すべての実数 x, y に対して次の関係式が成り立つ。

$$f(f(x)+y)=f(x^2)+2(y+1)f(x)+f(y)-2$$

- ① $f(1)$, $f(-1)$ の値を求めよ。
- ② $f(2)$, $f(-2)$ の値を求めよ。
- ③ $f(100)$ の値を求めよ。
- ④ x が1以上のすべての実数のとき, $f(x)+f(-x)$ を x の式で表せ。
- ⑤ $f(-100)$ の値を求めよ。