

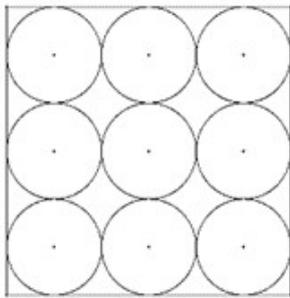
### 問題 1

半径 1 の円を複数個、互いに重ならないように 1 つの正方形の中に入れることを考える。できるだけ 1 辺の長さが小さな正方形に入れたい。そのためには、円どうしが接していることや、円と正方形の辺が接していることなどが必要になってくる。なお、必要があれば、

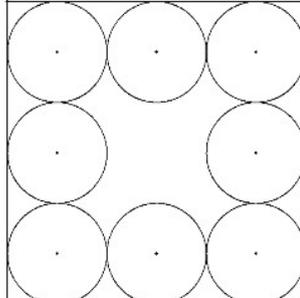
$$\tan 22.5^\circ = \sqrt{2} - 1, \quad \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

- (1) 半径 1 の円を 9 個入れるには 1 辺の長さが 6 の正方形に図 1 のように配置するとよい。これより小さな正方形では半径 1 の円 9 個を正方形の内部に入れることはできない。

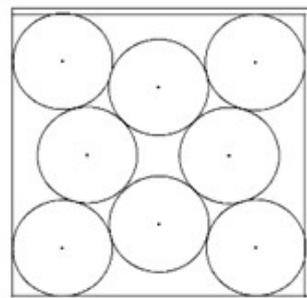
さて、半径 1 の円 8 個を正方形に入れるには、図 1 の 9 個の円から中央の 1 個の円を外し（図 2）、図 2 の四隅にない円 4 個を四隅の円に接したまま中央に寄せて互いに 2 つの円と接するようにすると（図 3）、縦、横ともに元の正方形より小さい正方形に 8 個の半径 1 の円を入れることができる。このときの正方形の 1 辺の長さを求めなさい。



〈図 1〉

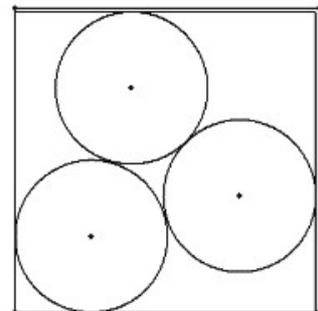


〈図 2〉



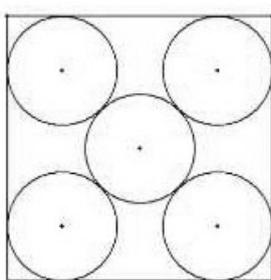
〈図 3〉

- (2) 半径 1 の円を 3 個正方形に入れることを考える。(1)と同様に半径 1 の円 4 個が入る 1 辺の長さ 4 の正方形を作り、そこから 1 個の円を外して、円どうしが接し、さらに円と正方形も接するようにすると図 4 のような正方形が作れる。このときの正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

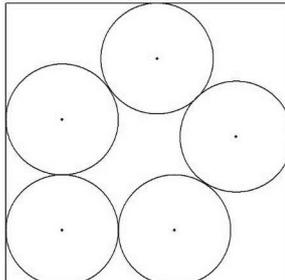


〈図 4〉

- (3) 半径 1 の円 5 個を正方形に入れることを考える。この場合どのような配置がベストであるかを決定するのは難しい。モデルとしてタイプ 1 の場合（図 5）とタイプ 2 の場合（図 6）を考えてみた。それぞれの場合について正方形の 1 辺の長さを求めなさい。



〈図 5〉



〈図 6〉