

問題 2

a, b, c は異なる正の整数である。同様に, d, e, f も異なる正の整数, g, h, i も異なる正の整数である。(ただし, a, b, c の 3 数は異なるが, d, e, f, g, h, i とは同じ数であってもよい。例えば, $a=d=g=1$ はよい。)

このとき, これらの整数は次の①と②の等式を満たす。

$$\frac{a+b}{2} + \frac{d+e}{3} = p \quad \dots\dots①$$

$$\frac{a+b+c}{2} + \frac{d+e+f}{3} + \frac{g+h+i}{7} = q \quad \dots\dots②$$

次の問いに答えよ。ただし, p, q は正の整数とする。

- (1) $p=1, 2$ のとき, 等式①を満たす a, b, d, e は存在しないことを示せ。
- (2) $p=4$ のとき, 等式①を満たす a, b, d, e をすべて求めよ。ただし, 答え方は, $(a, b), (d, e)$ のように組にして答えよ。例えば, $(a, b)=(1, 2), (d, e)=(1, 2)$ 。
- (3) $1 \leq q \leq 5$ のとき, 等式②を満たす $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ は存在しないことを示せ。
- (4) $q=6$ のとき, 等式②を満たす $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ をすべて求めよ。ただし, 答え方は, $(a, b, c), (d, e, f), (g, h, i)$ の組にして答えよ。例えば, $(a, b, c)=(1, 2, 3), (d, e, f)=(1, 2, 3), (g, h, i)=(1, 2, 3)$ 。
- (5) $q=7$ のとき, 等式②を満たす $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ の組 $(a, b, c, d, e, f, g, h, i)$ は何通りあるか。