

配点

(1) 順に 2 点, 3 点, 4 点 (2) 4 点 (3) 5 点 (4) 7 点 (5) 7 点 (6) 8 点

講評

この問題は、小樽双葉高等学校の古田和幸が作成し、北海道札幌稲雲高等学校の島田清稔が採点しました。

絶対値 $||$ は、計算結果をプラスにする、あるいは、場合分けをはずすなどと認識する記号で、一般的には扱いにくいものとされている。ここでは、グラフ上では x 軸の下方にある部分を上向きに折り返せばいいという処理と、主に、直角三角形の面積の和の計算を求めている。難しい概念を必要とはしないが、適切な場合分けと相似の直角三角形の面積の求め方、そして、2 次関数の平方完成が必要である。ただし、(6) に関しては、2 変数での場合分けを伴い、特に、時間的にも厳しいものがあったのではないかと。

- (1) おおむね正解のグラフが書けていました。座標が書かれていればフリーハンドで構わないが、(2) 以降の問題を解くためには、ギザギザの角が全て直角であることに気づけると良かった。 x に $||$ がついていることから、 y 軸に関して左右対称になるわけで、以下、面積を答える場合にも $x \geq 0$ の場合の 2 倍で答えている者も数名いました。
- (2) 簡単な計算問題であり、容易にほぼ全員が正解していました。(k が負の数ではそもそも囲まれる図形が存在しませんね。) なお、ここで直角二等辺三角形の面積が高さの 2 乗で求められることに気づき、以後すべて、高さの 2 乗で求められると楽でした。
- (3) $a > 1$ では最小値を取りえないのが明らかだとは思いますが、以後の問題でも一言言及しておくのが解答としては必要である。高さが容易にわかるので、面積がその 2 乗で求まることを使えばすぐに求められる。平方完成は確実に使いこなしたい。
- (4) 基本的には、直角三角形の面積を合わせて求めればいいだけだが、 $1 \leq b \leq 2$ の場合は、引いて求めることに気づくと楽であった。
- (5) この問題は、確かに $b = 1$ のときが最小となるわけだが、 $b = 1$ で最小である根拠を示すのはなかなか大変である。場合分けをして、文字を使って面積を求めて平方完成をすれば明らかである。
- (6) この問題で正解の値を出せていたのは 202 大高さんと 214 藤野さん。しかも、2 人とも表面だけですべての解答を書き上げています。素晴らしい答案です。 a と b とでの場合分けが細かいですが、時間 (とスペース) さえあれば十分に答えることが出来たかもしれませんね。

(北海道札幌稲雲高等学校 島田 清稔)