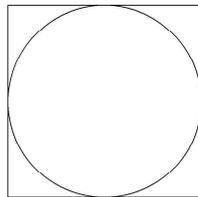
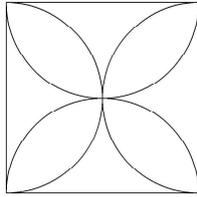
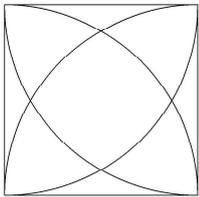


正方形内の四分円，半円など3個の円弧に接する円の半径について

数実研会員 時岡郁夫

1辺の長さが1の正方形内に四分円または半円または円を合わせて3個描き，それら3個の円弧に接する円（甲，乙，…）の半径を求めてみた。四分円と半円は4通りの描き方があり，円は1通りである。

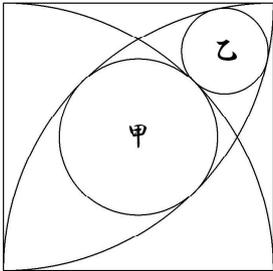
円弧の種類のコマ合は，次の表の通り，7通り考えられるが，IVの場合（半円3個）は，3個の円弧に接する円はないから，実質，6通りである。



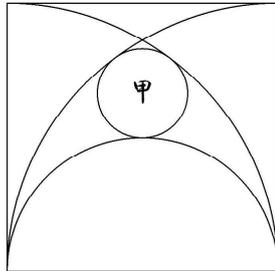
| 円弧の組合せ | I | II | III | IV | V | VI | VII |
|--------|---|----|-----|----|---|----|-----|
| 円 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 半円 | 0 | 1 | 2 | 3 | 0 | 1 | 2 |
| 四分円 | 3 | 2 | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 |

回転したり，裏返しにして同じ配置になるものは重複しないものとする，次の15通りの配置が考えられる。

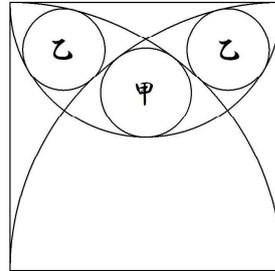
(1) I



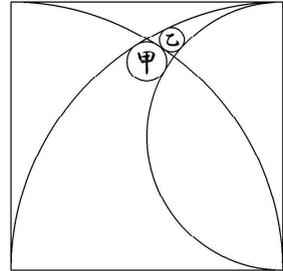
(2) II-1



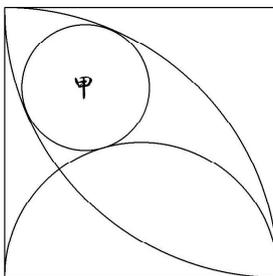
(3) II-2



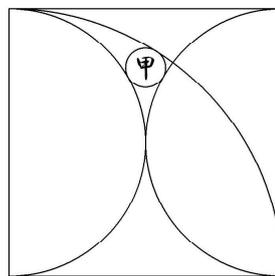
(4) II-3



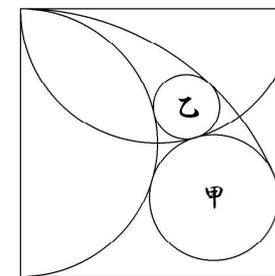
(5) II-4



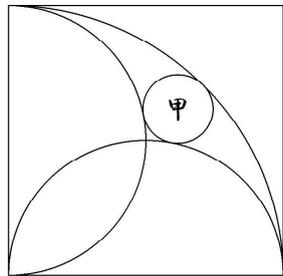
(6) III-1



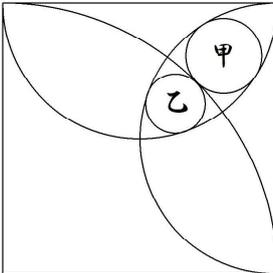
(7) III-2



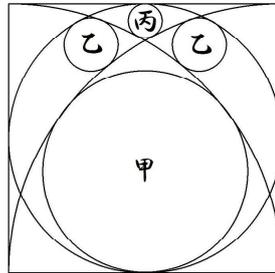
(8) III-3



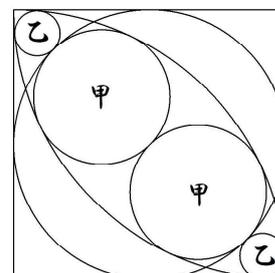
(9) III-4



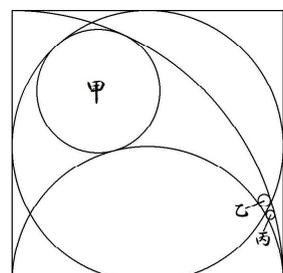
(10) V-1



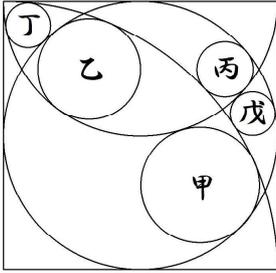
(11) V-2



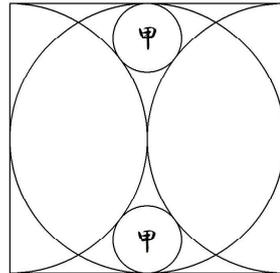
(12) VI-1



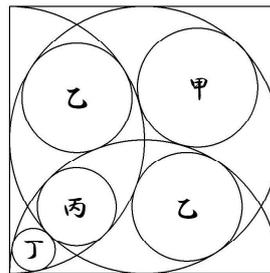
(13) VI-2



(14) VII-1



(15) VII-2



答

(1) 甲: $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$, 乙: $\frac{-2+3\sqrt{2}}{14}$

(2) 甲: $\frac{1}{6}$

(3) 甲: $\frac{1}{6}$, 乙: $\frac{-3+4\sqrt{3}}{26}$

(4) 甲: $\frac{2-\sqrt{2}}{8}$, 乙: $\frac{3-\sqrt{6}}{12}$

(5) 甲: $\frac{4}{17}$

(6) 甲: $\frac{2-\sqrt{2}}{8}$

(7) 甲: $\frac{4}{17}$, 乙: $\frac{4}{33}$

(8) 甲: $\frac{5-2\sqrt{2}}{17}$

(9) 甲: $\frac{-1+\sqrt{2}}{3}$, 乙: $\frac{5-3\sqrt{2}}{7}$

(10) 甲: $\frac{3}{8}$, 乙: $\frac{-3+\sqrt{21}}{16}$, 丙: $\frac{1}{16}$

(11) 甲: $\frac{1}{4}$, 乙: $\frac{1}{12}$ (2つの甲円は接する。)

(12) 甲: $\frac{3+\sqrt{6}}{24}$, 乙: $\frac{3-\sqrt{6}}{24}$, 丙: $\frac{4-\sqrt{14}}{16}$

(13) 甲: $\frac{\sqrt{3}}{8}$, 乙: $\frac{3}{16}$, 丙: $\frac{-1+\sqrt{7}}{16}$, 丁: $\frac{\sqrt{21}}{56}$, 戊: $\frac{\sqrt{21}}{56}$ (丁円と戊円は等円となる。)

(14) 甲: $\frac{1}{8}$

(15) 甲: $\frac{2+3\sqrt{2}}{28}$, 乙: $\frac{\sqrt{6}}{12}$, 丙: $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$, 丁: $\frac{-2+3\sqrt{2}}{28}$

(2026/1/31 tokioka@i4.gmob.jp)