

【態度目標】 しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】 底が1より大きい小さいかで不等号の向きを判断して不等式を解こう

4STEP数学Ⅱ 問題350

次の関数の最大値，最小値があれば，それを求めよ。また，そのときの  $x$  の値を求めよ。

(2)  $y = -4^x + 2^x + 2 \quad (-1 \leq x \leq 2)$

【青チャート数学Ⅱ 例題 175 類題】

【解答】

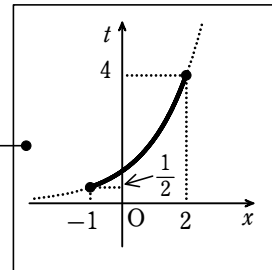
(2)  $y = -(2^x)^2 + 2^x + 2 \quad (-1 \leq x \leq 2)$

$2^x = t$  とおく。

$-1 \leq x \leq 2$  から  $2^{-1} \leq 2^x \leq 2^2$

置き換えたら範囲の吟味

よって  $\frac{1}{2} \leq t \leq 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$



また  $y = -t^2 + t + 2 = -\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$

① の範囲で  $y$  は

$t = \frac{1}{2}$  で最大値  $\frac{9}{4}$ ，  $t = 4$  で最小値  $-10$

をとる。

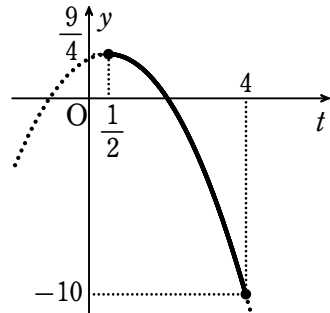
$t = \frac{1}{2}$  のとき  $2^x = \frac{1}{2} = 2^{-1}$  ゆえに  $x = -1$

$t = 4$  のとき  $2^x = 4 = 2^2$  ゆえに  $x = 2$

よって，  $y$  は

$x = -1$  で最大値  $\frac{9}{4}$ ，  $x = 2$  で最小値  $-10$

をとる。



4STEP数学Ⅱ 問題 3 5 2)

関数  $y = 4(2^x + 2^{-x}) - (4^x + 4^{-x})$  の最大値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。

【青チャート数学Ⅱ 例題 175 類題】

【解答】

$2^x + 2^{-x} = t$  とおく。

$2^x > 0, 2^{-x} > 0$  から、

相加平均と相乗平均の

大小関係により

$$2^x + 2^{-x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot 2^{-x}}$$

すなわち  $t \geq 2$  …… ①

ここで  $4^x + 4^{-x} = (2^x + 2^{-x})^2 - 2 = t^2 - 2$

よって  $y = 4t - (t^2 - 2)$

$$= -t^2 + 4t + 2$$

$$= -(t^2 - 4t) + 2$$

$$= -(t - 2)^2 + 6$$

① の範囲において、

$y$  は  $t = 2$  で最大値 6 をとる。

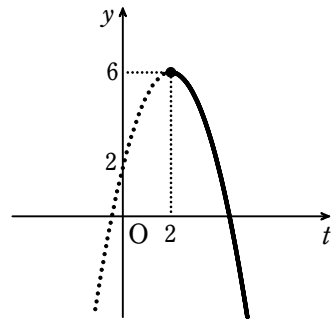
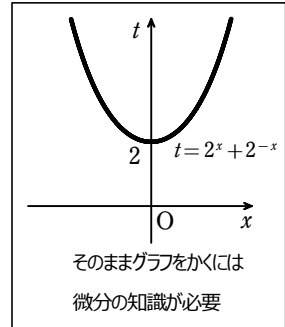
$t = 2$  のとき  $2^x = 2^{-x}$  (等号成立条件より)

ゆえに  $x = -x$  よって  $x = 0$

したがって、 $y$  は  $x = 0$  で最大値 6 をとる。

置き換えたら範囲の吟味

正の数の和を考えるので  
相加平均・相乗平均の活用



【別解】 等号が成立するとき

$$2^x + 2^{-x} = 2$$

$$2^x + 2^x = 2$$

$$2 \cdot 2^x = 2$$

$$\therefore 2^x = 1 = 2^0 \text{ よって } x = 0$$