

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】底が 10 である常用対数を上手く活用して値を求めよう

□常用対数 (common logarithm)

大きい数や小さい (正の) 数は, 1 天文単位  $1 \text{ au} = 1.49597870700 \times 10^8 \text{ km}$  や物理定数にある電子の質量  $= 9.1093837 \times 10^{-31}$  のように,  $10^n$  を用いて表すことがある。そこで, 正の数  $M$  は, 次の形で表すことができる。

$$x = a \times 10^n \quad \text{ただし, } n \text{ は整数で, } 1 \leq a < 10$$

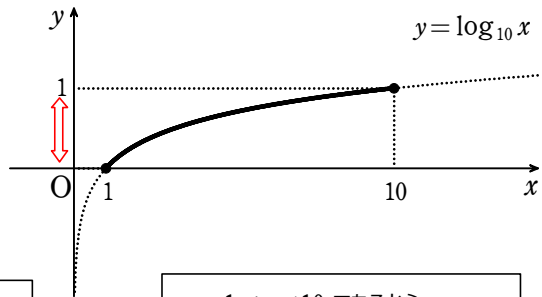
この表示法を浮動小数点表示といい,  $a$  の桁数が有効数字の桁数を表している。良く用いられる例として  
 アボガドロ定数  $6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$   
 光の速度  $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$   
 電子の質量  $9.11 \times 10^{-28} \text{ g}$   
 などがある。

このとき,  $\log_{10} x$  は次のように整数  $n$  と  $\log_{10} a$  の和で表される。

$$\begin{aligned} \log_{10} x &= \log_{10} a \times 10^n \\ &= \log_{10} a + \log_{10} 10^n \\ &= \boxed{\log_{10} a} + n \end{aligned}$$

ここがわかれば, あとは  
 小数点の位置を決めるだけ

$\log_{10} x = \log_{10} a + n$  において  
 整数部分  $n$  を その常用対数の **指標**  
 小数部分  $\log_{10} a$  をその常用対数の **仮数** という。  
 ガウス記号を用いると  $n = [\log_{10} x]$  でもある。



$1 \leq a < 10$  であるから,  
 $\log_{10} a$  の値の範囲は  
 •  $0 \leq \log_{10} a < 1$  である

10 を底とする対数を **常用対数** という。

- 例 1 1)  $\log_{10} 0.001 = -3, \log_{10} 0.01 = -2,$   
 $\log_{10} 0.1 = -1, \log_{10} 1 = 0$   
 $\log_{10} 10 = 1, \log_{10} 100 = 2,$   
 $\log_{10} 1000 = 3$       終

$10^n$  で表せる数は  
 $\log_{10} 10^n = n$   
 整数値となる

教科書巻末の常用対数表には、  
 $a$  が 1.00, 1.01, …… , 9.99 のときの常用対数  
 $\log_{10} a$  の値を、その小数第 5 位を四捨五入して、  
 小数第 4 位まで載せてある。  
 それを用いて、正の数の常用対数の値が求められる。

数	0	1	2	3
…	……	……	……	……
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625

$$\log_{10} 1.62 = 0.2095$$

0.2095 の最初の「0」は  
省略されている



問 6) 巻末の常用対数表を用いて、次の数の常用対数の値を求めよ。

- (1) 3.14    (2) 65.4    (3) 2980    (4) 0.91

解答

$$0.01 = \frac{1}{100} = 10^{-2}$$

$$0.0001 = \frac{1}{10000} = 10^{-4}$$

(1 になるまで)  
 小数点を移動させた数に注目

(1 以上 10 未満の数)  $\times 10^{\square}$   
 の形に整理する！

(1)  $\log_{10} 3.14 = 0.4969$

$1 \leq (\text{真数}) < 10$  であるから  
表から読み取る

(2)  $\log_{10} 65.4 = \log_{10}(6.54 \times 10^1)$   
 $= \log_{10} 6.54 + \log_{10} 10^1$   
 $= \log_{10} 6.54 + 1$   
 $= 0.8156 + 1$   
 $= 1.8156$

(3)  $\log_{10} 2980 = \log_{10}(2.98 \times 1000)$   
 $= \log_{10}(2.98 \times 10^3)$   
 $= \log_{10} 2.98 + \log_{10} 10^3$   
 $= \log_{10} 2.98 + 3$   
 $= 0.4742 + 3$   
 $= 3.4742$

(4)  $\log_{10} 0.91 = \log_{10}(9.1 \times 0.1)$   
 $= \log_{10}(9.1 \times 10^{-1})$   
 $= \log_{10} 9.1 - \log_{10} 10^{-1}$   
 $= \log_{10} 9.1 - 1$   
 $= 0.9590 - 1$   
 $= -0.0410$

数字の並び方が同じで  
 小数点の位置だけが違う数字の常用対数は  
 すべて仮数が同じである。  
 (小数点の位置は指標が決めるため)

例 1 2)  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。

$$(1) \log_{10} 12 = \log_{10} (2^2 \times 3)$$

$$= 2 \times 0.3010 + 0.4771$$

$$= 1.0791$$

$$(2) \log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2}$$

$$= \log_{10} 10 - \log_{10} 2$$

$$= 1 - 0.3010$$

$$= 0.6990$$

$$(3) \log_2 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2}$$

$$= \frac{0.4771}{0.3010}$$

$$= 1.5850 \dots \dots$$

**注意** 4桁の常用対数表は5桁目を四捨五入しているため、計算方法によっては答えに多少のずれが生じることもあるので注意が必要。

$$\log_{10} 12 = \log_{10} 10 \times 1.2$$

$$= 1 + \log_{10} 1.2$$

$$= 1 + 0.0792 = 1.0792$$

$$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2}$$

$$= \log_{10} 10 - \log_{10} 2$$

$$= 1 - \log_{10} 2$$

の変形はよく使われる

ヘンリー・ブリッグスが、ジョン・ネイピアと議論をして、常用対数表を作成したので

「ブリッグスの対数 (Briggsian logarithm)」とも呼ばれる。

マグニチュード ( $M = \log_{10} A + B(\Delta, h)$ )、

水素イオン指数 ( $\text{pH} \approx -\log_{10} \frac{[\text{H}^+]}{\text{mol/L}}$ )、

デシベル ( $L_A/\text{dB} = 10 \log_{10} \frac{A}{A_0}$ )

のように、科学的な調査における測定値の対数的な性質を調べる場合に用いられている事が多い。

ブリッグスは1617年に8桁、1624年に14桁の常用対数表を出版した。

また、分野によっては底の10が省略されたり、他の対数と区別するために「Log」や「lg」という表記になったりすることもある。(情報理論などではlgは二進対数(底が2の対数)を示すこともある)

有効数字はその目的に合わせて  
有効桁数を何桁にするかが重要である。

常用対数表 (1)

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
2.1	.3222	.3243	.3263	.3284	.3304	.3324	.3345	.3365	.3385	.3404
2.2	.3424	.3444	.3464	.3483	.3502	.3522	.3541	.3560	.3579	.3598
2.3	.3617	.3636	.3655	.3674	.3692	.3711	.3729	.3747	.3766	.3784
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378	.4393	.4409	.4425	.4440	.4456
2.8	.4472	.4487	.4502	.4518	.4533	.4548	.4564	.4579	.4594	.4609
2.9	.4624	.4639	.4654	.4669	.4683	.4698	.4713	.4728	.4742	.4757
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983	.4997	.5011	.5024	.5038
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119	.5132	.5145	.5159	.5172
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5237	.5250	.5263	.5276	.5289	.5302
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378	.5391	.5403	.5416	.5428
3.5	.5441	.5453	.5465	.5478	.5490	.5502	.5514	.5527	.5539	.5551
3.6	.5563	.5575	.5587	.5599	.5611	.5623	.5635	.5647	.5658	.5670
3.7	.5682	.5694	.5705	.5717	.5729	.5740	.5752	.5763	.5775	.5786
3.8	.5798	.5809	.5821	.5832	.5843	.5855	.5866	.5877	.5888	.5899
3.9	.5911	.5922	.5933	.5944	.5955	.5966	.5977	.5988	.5999	.6010
4.0	.6021	.6031	.6042	.6053	.6064	.6075	.6085	.6096	.6107	.6117
4.1	.6128	.6138	.6149	.6160	.6170	.6180	.6191	.6201	.6212	.6222
4.2	.6232	.6243	.6253	.6263	.6274	.6284	.6294	.6304	.6314	.6325
4.3	.6335	.6345	.6355	.6365	.6375	.6385	.6395	.6405	.6415	.6425
4.4	.6435	.6444	.6454	.6464	.6474	.6484	.6493	.6503	.6513	.6522
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	.6571	.6580	.6590	.6599	.6609	.6618
4.6	.6628	.6637	.6646	.6656	.6665	.6675	.6684	.6693	.6702	.6712
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	.6758	.6767	.6776	.6785	.6794	.6803
4.8	.6812	.6821	.6830	.6839	.6848	.6857	.6866	.6875	.6884	.6893
4.9	.6902	.6911	.6920	.6928	.6937	.6946	.6955	.6964	.6972	.6981
5.0	.6990	.6998	.7007	.7016	.7024	.7033	.7042	.7050	.7059	.7067
5.1	.7076	.7084	.7093	.7101	.7110	.7118	.7126	.7135	.7143	.7152
5.2	.7160	.7168	.7177	.7185	.7193	.7202	.7210	.7218	.7226	.7235
5.3	.7243	.7251	.7259	.7267	.7275	.7284	.7292	.7300	.7308	.7316
5.4	.7324	.7332	.7340	.7348	.7356	.7364	.7372	.7380	.7388	.7396

常用対数表 (2)

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	.7404	.7412	.7419	.7427	.7435	.7443	.7451	.7459	.7466	.7474
5.6	.7482	.7490	.7497	.7505	.7513	.7520	.7528	.7536	.7543	.7551
5.7	.7559	.7566	.7574	.7582	.7589	.7597	.7604	.7612	.7619	.7627
5.8	.7634	.7642	.7649	.7657	.7664	.7672	.7679	.7686	.7694	.7701
5.9	.7709	.7716	.7723	.7731	.7738	.7745	.7752	.7760	.7767	.7774
6.0	.7782	.7789	.7796	.7803	.7810	.7818	.7825	.7832	.7839	.7846
6.1	.7853	.7860	.7868	.7875	.7882	.7889	.7896	.7903	.7910	.7917
6.2	.7924	.7931	.7938	.7945	.7952	.7959	.7966	.7973	.7980	.7987
6.3	.7993	.8000	.8007	.8014	.8021	.8028	.8035	.8041	.8048	.8055
6.4	.8062	.8069	.8075	.8082	.8089	.8096	.8102	.8109	.8116	.8122
6.5	.8129	.8136	.8142	.8149	.8156	.8162	.8169	.8176	.8182	.8189
6.6	.8195	.8202	.8209	.8215	.8222	.8228	.8235	.8241	.8248	.8254
6.7	.8261	.8267	.8274	.8280	.8287	.8293	.8299	.8306	.8312	.8319
6.8	.8325	.8331	.8338	.8344	.8351	.8357	.8363	.8370	.8376	.8382
6.9	.8388	.8395	.8401	.8407	.8414	.8420	.8426	.8432	.8439	.8445
7.0	.8451	.8457	.8463	.8470	.8476	.8482	.8488	.8494	.8500	.8506
7.1	.8513	.8519	.8525	.8531	.8537	.8543	.8549	.8555	.8561	.8567
7.2	.8573	.8579	.8585	.8591	.8597	.8603	.8609	.8615	.8621	.8627
7.3	.8633	.8639	.8645	.8651	.8657	.8663	.8669	.8675	.8681	.8686
7.4	.8692	.8698	.8704	.8710	.8716	.8722	.8727	.8733	.8739	.8745
7.5	.8751	.8756	.8762	.8768	.8774	.8779	.8785	.8791	.8797	.8802
7.6	.8808	.8814	.8820	.8825	.8831	.8837	.8842	.8848	.8854	.8859
7.7	.8865	.8871	.8876	.8882	.8887	.8893	.8899	.8904	.8910	.8915
7.8	.8921	.8927	.8932	.8938	.8943	.8949	.8954	.8960	.8965	.8971
7.9	.8976	.8982	.8987	.8993	.8998	.9004	.9009	.9015	.9020	.9025
8.0	.9031	.9036	.9042	.9047	.9053	.9058	.9063	.9069	.9074	.9079
8.1	.9085	.9090	.9096	.9101	.9106	.9112	.9117	.9122	.9128	.9133
8.2	.9138	.9143	.9149	.9154	.9159	.9165	.9170	.9175	.9180	.9186
8.3	.9191	.9196	.9201	.9206	.9212	.9217	.9222	.9227	.9232	.9238
8.4	.9243	.9248	.9253	.9258	.9263	.9269	.9274	.9279	.9284	.9289
8.5	.9294	.9299	.9304	.9309	.9315	.9320	.9325	.9330	.9335	.9340
8.6	.9345	.9350	.9355	.9360	.9365	.9370	.9375	.9380	.9385	.9390
8.7	.9395	.9400	.9405	.9410	.9415	.9420	.9425	.9430	.9435	.9440
8.8	.9445	.9450	.9455	.9460	.9465	.9469	.9474	.9479	.9484	.9489
8.9	.9494	.9499	.9504	.9509	.9513	.9518	.9523	.9528	.9533	.9538
9.0	.9542	.9547	.9552	.9557	.9562	.9566	.9571	.9576	.9581	.9586
9.1	.9590	.9595	.9600	.9605	.9609	.9614	.9619	.9624	.9628	.9633
9.2	.9638	.9643	.9647	.9652	.9657	.9661	.9666	.9671	.9675	.9680
9.3	.9685	.9689	.9694	.9699	.9703	.9708	.9713	.9717	.9722	.9727
9.4	.9731	.9736	.9741	.9745	.9750	.9754	.9759	.9763	.9768	.9773
9.5	.9777	.9782	.9786	.9791	.9795	.9800	.9805	.9809	.9814	.9818
9.6	.9823	.9827	.9832	.9836	.9841	.9845	.9850	.9854	.9859	.9863
9.7	.9868	.9872	.9877	.9881	.9886	.9890	.9894	.9899	.9903	.9908
9.8	.9912	.9917	.9921	.9926	.9930	.9934	.9939	.9943	.9948	.9952
9.9	.9956	.9961	.9965	.9969	.9974	.9978	.9983	.9987	.9991	.9996