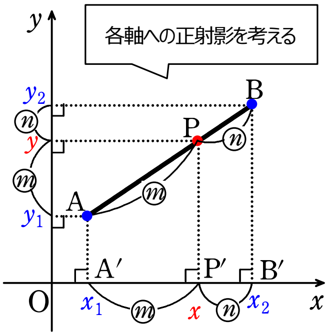
図形と方程式【座標】 p.77～79

青チャートⅡ：例題 75～77

【態度目標】取り組む、しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】座標の各公式を活用して問題を解けるようになろう。

□内分点・外分点の座標



座標平面上の 2 点 A $(x_1,\ y_1)$，B $(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点 P $(x,\ y)$ の座標を求めてみよう。

直線 AB が x 軸に垂直でないとき，A，B，P から x 軸に，それぞれ垂線 AA′，BB′，PP′ を下ろすと，点 P′ は線分 A′B′ を $m:n$ に内分する。

よって，数直線上の内分点の公式から $x=\dfrac{nx_1+mx_2}{m+n}$ …… ①

直線 AB が x 軸に垂直であるときも，$x=x_1=x_2$ で，① が成り立つ。

P の y 座標についても，同様にして $y=\dfrac{ny_1+my_2}{m+n}$

「x 座標を用いた計算」、「y 座標を用いた計算」と 2 回行えば良い

また，外分点の座標についても，同様に考えて求めることができる。

したがって，次の 1，2 が成り立つ。

内分点，外分点の座標

分母は比率の順番通り $(m,\ n)$ に並べる
分子は比率（分母）と逆順 $(n,\ m)$ に並べる

2 点 A $(x_1,\ y_1)$，B $(x_2,\ y_2)$ に対して，

1　線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は

$$\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\ \frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$$

分子は A の座標，B の座標の 順に掛ける

「AB を～」とあるので

特に，線分 AB の中点の座標は $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\ \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

それぞれ足して 2 で割るだけ

2　線分 AB を $m:n$ に外分する点の座標は

$$\left(\frac{-nx_1+mx_2}{m-n},\ \frac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$$

外分のときは、小さい方の比率をマイナスにする

例 3） 2 点 A $(\boxed{-2},\ \boxed{9})$，B $(\boxed{4},\ \boxed{-3})$ を結ぶ線分 AB について

線分 AB を 2：1 に内分する点を P $(x,\ y)$ とすると

$$x=\frac{1\cdot\boxed{(-2)}+2\cdot\boxed{4}}{2+1}=\frac{-2+8}{3}=2,\quad y=\frac{1\cdot\boxed{9}+2\cdot\boxed{(-3)}}{2+1}=\frac{9-6}{3}=1$$

よって，点 P の座標は $(2,\ 1)$ である。

線分 AB を 2：1 に外分する点を Q $(x,\ y)$ とすると

$$x=\frac{-1\cdot\boxed{(-2)}+2\cdot\boxed{4}}{2-1}=\frac{2+8}{1}=10,\quad y=\frac{-1\cdot\boxed{9}+2\cdot\boxed{(-3)}}{2-1}=\frac{-9-6}{1}=-15$$

よって，点 Q の座標は $(10,\ -15)$ である。 終

x 座標，y 座標の計算式は，座標の箇所（□の所）以外は比率が同じなので 同じ形をしている

図形と方程式【座標】 p.77～79

青チャートⅡ：例題 75～77

次に，3 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$，C$(x_3,\ y_3)$ を頂点とする △ABC の重心 G$(x,\ y)$ の座標を求めてみよう。辺 BC の中点 M の座標は

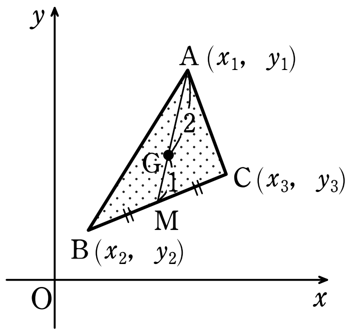
$$\left(\frac{x_2+x_3}{2},\ \frac{y_2+y_3}{2}\right)$$

G は中線 AM を 2 : 1 に内分する点であるから，その x 座標は

$$x=\frac{1\cdot x_1+2\cdot\dfrac{x_2+x_3}{2}}{2+1}=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

同様にして　　$y=\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}$

よって，重心 G の座標は，　$\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$



【数学Aのおさらい】三角形の頂点とそれに向かい合う辺の中点とを結ぶ線分を，三角形の **中線** という。

三角形の 3 本の中線は 1 点で交わり，その点は各中線を 2 : 1 に内分する。三角形の 3 本の中線が交わる点を，三角形の **重心** という。例題 3 で求めたのは，△ABC の重心の座標である。

重心の公式

3 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$，C$(x_3,\ y_3)$ を頂点とする △ABC の重心の座標は，

$\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$　である。

各頂点の和を３で割る

例題） 次の 3 点を頂点とする三角形の重心の座標を求めよ。

(1) $(-1,\ 4)$，$(3,\ 2)$，$(4,\ -3)$　　　(2) $(2,\ 2)$，$(6,\ -1)$，$(-3,\ -4)$

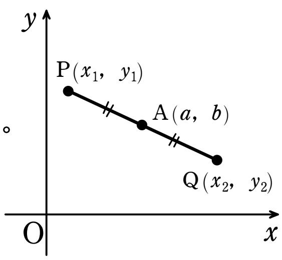
解答　(1)　x 座標は $\dfrac{-1+3+4}{3}=\dfrac{6}{3}=2$，　y 座標は $\dfrac{4+2+(-3)}{3}=\dfrac{3}{3}=1$　　より　$(2,\ 1)$

(2)　x 座標は $\dfrac{2+6+(-3)}{3}=\dfrac{5}{3}$，　y 座標は $\dfrac{2+(-1)+(-4)}{3}=\dfrac{-3}{3}=-1$　より　$\left(\dfrac{5}{3},\ -1\right)$

□点に関して対称な点

点 A$(a,\ b)$ に関して，2 点 P$(x_1,\ y_1)$，Q$(x_2,\ y_2)$ が対称であるとき，A は線分 PQ の中点であるから，次の等式が成り立つ。

$$a=\frac{x_1+x_2}{2},\quad b=\frac{y_1+y_2}{2}$$



対称な点を考えるときは、どれが中点になるかを考えるのがポイント

例題２） 点 A$(-1,\ 3)$ に関して，点 P$(1,\ -1)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

解答　点 Q の座標を $(x,\ y)$ とすると，点 A は線分 PQ の中点であるから

$$-1=\frac{1+x}{2},\quad 3=\frac{-1+y}{2}$$

これを解いて　　　$x=-3$，$y=7$

よって，Q の座標は　　　$(-3,\ 7)$

足して 2 で割ったら
Aの座標になる