図形と方程式【直線の方程式】 p.80～82

青チャートⅡ：例題 78

【態度目標】取り組む、しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】 直線の方程式を使いこなそう。

一般に，x，y の方程式を満たす点 $(x,\ y)$ の全体からできる図形のことを **方程式の表す図形** といい，その方程式を **図形の方程式** という。

直線をかくときは、切片を用いるとよい

「方程式の解 x，y を座標とする $(x,\ y)$ 全体の集合」のこと

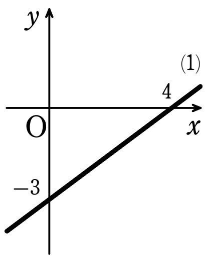
□x，y の１次方程式の表す図形

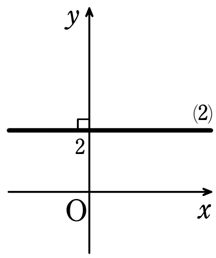
例５） (1) 方程式 $3x-4y-12=0$ の表す図形

この方程式を変形すると $y=\dfrac{3}{4}x-3$

よって，この方程式の表す図形は，

傾きが $\dfrac{3}{4}$，切片が -3 の直線である。





(2) 方程式 $y-2=0$ の表す図形

x 座標のみ変化する

$y=2$ であるから，この方程式の表す図形は，

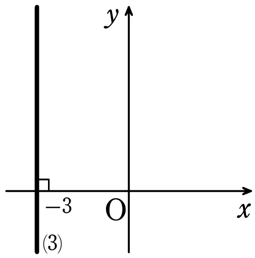
点 $(0,\ 2)$ を通り y 軸に垂直な直線である。

(3) 方程式 $x+3=0$ の表す図形

y 座標のみ変化する

$x=-3$ であるから，この方程式の表す図形は，

点 $(-3,\ 0)$ を通り x 軸に垂直な直線である。 終



一般に，x，y の１次方程式 $ax+by+c=0$ の表す図形は直線である。

ここで，a，b，c は定数で，$a \fallingdotseq 0$ または $b \fallingdotseq 0$ である。実際に，

$b \fallingdotseq 0$ のとき，傾きが $-\dfrac{a}{b}$ の直線 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$ を表し，

傾きを持つ直線

$b=0$ のとき，x 軸に垂直な直線 $x=-\dfrac{c}{a}$ を表す。

x 軸に垂直な直線

逆に，座標平面上のすべての直線は，次の形の１次方程式で表される。

$ax+by+c=0$ ただし，a，b，c は定数で $a \fallingdotseq 0$ または $b \fallingdotseq 0$

「a，b の少なくとも一方は 0 でない」と同値

１次関数⇒直線になる

特に $y=$○ ⇒ y 軸に垂直

x 軸に平行

$x=$○ ⇒ x 軸に垂直

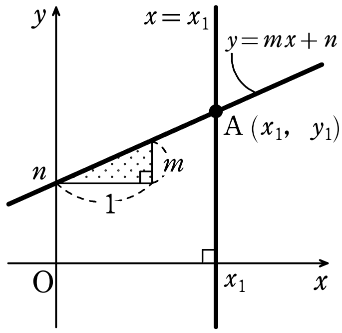
y 軸に平行

図形と方程式【直線の方程式】 p.80～82

青チャートⅡ：例題 78

□直線の方程式

【その１】 点 A $(x_1,\ y_1)$ を通る直線 ℓ の方程式



ℓ の傾きが m のとき，ℓ の方程式を

$$y=mx+n \quad \cdots\cdots ①$$

とすると，ℓ が点 A を通ることから

$$y_1=mx_1+n \quad \cdots\cdots ②$$

①，② から n を消去して

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

ℓ が x 軸に垂直であるとき，ℓ の方程式は

$$x=x_1$$

直線の方程式 I

1　点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m の直線の方程式は

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

2　点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，x 軸に垂直な直線の方程式は

$$x=x_1$$

$y-$(通る点 y 座標)$=$ $\boxed{\text{傾き}}$ $\cdot$ $(x-$(通る点 x 座標$))$

例５） (1)　点 $(-3,\ 7)$ を通り，傾きが -2 の直線の方程式は

$$y-7=-2\{x-(-3)\}$$

すなわち　$y=-2x+1$

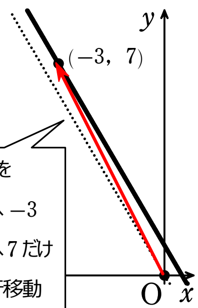
高校での解き方をマスターしよう

(2)　点 $(-3,\ 7)$ を通り，x 軸に垂直な直線の方程式は

$$x=-3$$

常に x 座標が 3 の点の集まり
y 座標は何でも良い

終



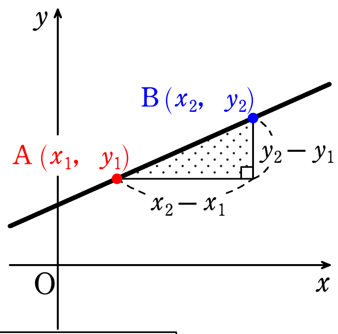
$y=-2x$ を
x 軸方向へ -3
y 軸方向へ 7 だけ
動かす平行移動
でもある

(1) であれば通常　関数型　$y=-2x+1$
　　　または　方程式型　$2x+y-1=0$ の形にして終わること
（図形の問題を解いているので方程式型にするなど問題文の形に合わせるのが望ましい）

図形と方程式【直線の方程式】 p.80～82

青チャートⅡ：例題 78

【その２】異なる 2 点 A $(x_1,\ y_1)$，B $(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式



$x_1 \neq x_2$ のとき，直線 AB の傾きを m とすると，

傾き m は $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ である。よって，この直線の方程式は

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

$x_1=x_2$ のとき，直線 AB は，x 軸に垂直であるから，

その方程式は　$x=x_1$

直線の方程式Ⅱ

異なる 2 点 A $(x_1,\ y_1)$，B $(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は

$x_1 \neq x_2$ のとき　$y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

$x_1=x_2$ のとき　$x=x_1$

まず $\dfrac{\boxed{y_2}-\boxed{y_1}}{\boxed{x_2}-\boxed{x_1}}$ で傾きを求める

縦でそろっていれば，どちらの座標から引いてもＯＫ

だが分母が正の数になる引く順番が計算が楽になる

そのあと

$y-$(通る点 y 座標)$=\boxed{傾き}\cdot(x-$(通る点 x 座標))

2 点の x 座標が同じときは $x=\boxed{}$ で　2 点の y 座標が同じときは $y=\boxed{}$ で

例６） 2 点 A $(2,\ 4)$，B $(5,\ 1)$ を通る直線の方程式

傾きは　$\dfrac{1-4}{5-2}=\dfrac{-3}{3}=-1$ であるから

$y-4=-1\cdot(x-2)$　すなわち　$y=-x+6$　終

傾きを先に求めても良いし

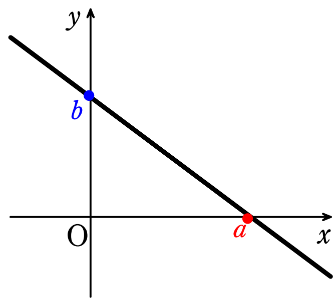
まとめて式を計算しても良い

$y-4=\dfrac{1-4}{5-2}(x-2)$

直線が x 軸，y 軸とそれぞれ点 $(a,\ 0)$，$(0,\ b)$ で交わるとき，

a をこの直線の **x 切片**，b をこの直線の **y 切片** という。

練習１２） $a \neq 0$，$b \neq 0$ のとき，x 切片が a，y 切片が b である直線の方程式は $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ の形で表されることを示せ。



解答　$a \neq 0$，$b \neq 0$ のとき，2 点 $(a,\ 0)$，$(0,\ b)$ を通る直線の方程式は　$y-0=\dfrac{b-0}{0-a}(x-a)$

よって　$y=-\dfrac{b}{a}x+b$

すなわち　$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

x 切片，y 切片から立式することができる切片方程式

（覚えて無くても

式を立てることができる）

空間にて平面の方程式を求める際に切片形は有効

A A$(a,\ 0\ ,0)$，B$(0,\ b,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ c)$ を通る平面は

$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ で求められる