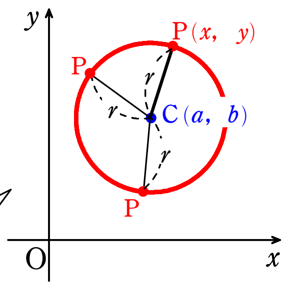
図形と方程式【円の方程式】 p.92～93

青チャートⅡ：例題 93

【態度目標】取り組む、しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】円の方程式を使いこなそう。

□円の方程式



中心が C，半径が r の円について考えよう。

座標平面上で，中心 C の座標を $(a,\ b)$，点 P の座標を $(x,\ y)$ とし，条件 $\mathrm{CP}=r$ を座標を用いて表すと，次のようになる。

$$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=r$$

ここでは円を「定点 C からの距離が一定であるような点の集合」としている

すなわち $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

よって，次のことが成り立つ。

> **円の方程式**
>
> 1　点 (○，□) を中心とする半径 r の円の方程式は
>
> $$(x-○)^2+(y-□)^2=(\text{半径}r)^2$$
>
> x 座標の符号違い　　y 座標の符号違い
>
> x 軸方向に○，y 軸方向に□だけ平行移動した図形ともいえる
>
> 2　原点を中心とする半径 r の円の方程式は　$x^2+y^2=(\text{半径}r)^2$

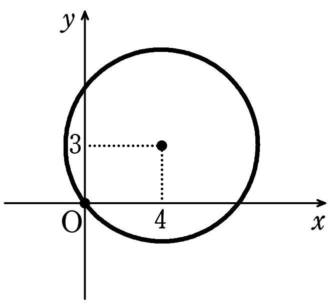
例１０） 中心が点 $(1,\ -3)$，半径が 2 の円の方程式は

$$(x-1)^2+\{y-(-3)\}^2=2^2$$

すなわち　$(x-1)^2+(y+3)^2=4$　　終

例題５）　次のような円の方程式を求めよ。

(1)　点 $(4,\ 3)$ を中心とし，原点を通る



解答　半径を r とすると，

r は中心 $(4,\ 3)$ と

原点 $(0,\ 0)$ の距離であるから

$$r^2=(0-4)^2+(0-3)^2$$
$$=25$$

よって，求める円の方程式は

$$(x-4)^2+(y-3)^2=25$$

別解　求める円の方程式を

$(x-4)^2+(y-3)^2=r^2$ として，

$(0,\ 0)$ を通るので代入すると

$r^2=16+9=25$

「～を通る」や「～上にある」といわれたら代入の合図

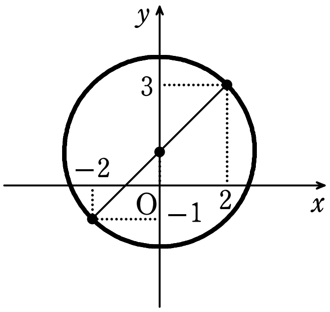
よって，求める円の方程式は

$$(x-4)^2+(y-3)^2=25$$

図形と方程式【円の方程式】 p.92〜93

青チャートⅡ：例題93

(2) 2点 $(-2,\ -1)$，$(2,\ 3)$ を直径の両端とする



解答 中心は2点 $(-2,\ -1)$，$(2,\ 3)$ を結ぶ線分の中点であり，その座標は

$$\left(\frac{-2+2}{2},\ \frac{-1+3}{2}\right)$$

すなわち　$(0,\ 1)$

半径を r とすると，r は中心 $(0,\ 1)$ と点 $(2,\ 3)$ の距離であるから

$$r^2=(2-0)^2+(3-1)^2=8$$

よって，求める円の方程式は

$$x^2+(y-1)^2=8$$

> 半径は 他の組合せでも良い
> 直径を求めて2で割っても良い
> r^2 を用いるので２乗しておく

> 別解　（中心が $(0,\ 1)$ とわかってから）
> 求める円の方程式は $x^2+(y-1)^2=r^2$
> とおけるから $(2,\ 3)$ を代入して
> $r^2=2^2+(3-1)^2=8$
> よって，求める円の方程式は
> $x^2+(y-1)^2=8$

補足 直径の両端の2点 $(a,\ b)$，$(c,\ d)$ が与えられたとき，

$(x-a)(x-c)+(y-b)(y-d)=0$ で求めることができる

> 数学Ｃのベクトルの内積を用いるとすぐ証明できる