図形と方程式【領域：応用】 p.111～115，118

青チャートⅡ：例題117～121

【態度目標】取り組む、しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

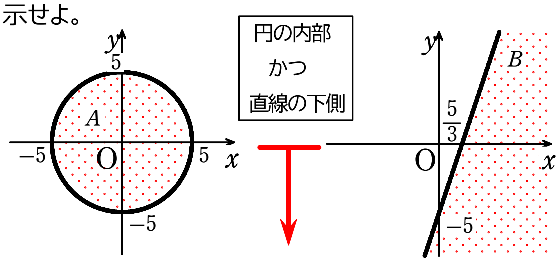
【内容目標】連立不等式や積の形の不等式が表す領域を図示できるようになろう。

□連立不等式の表す領域

x，y についての**連立不等式の表す領域**は，各不等式を**同時に満たす点** $(x,\ y)$ 全体の集合で，各不等式の表す領域の共通部分である。連立不等式の表す領域を図示してみよう。

例題１２） 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$\begin{cases} x^2+y^2<25 \\ y<3x-5 \end{cases}$$



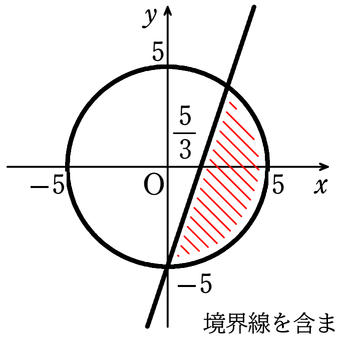
解答　$x^2+y^2<25$ の表す領域を A

$y<3x-5$ の表す領域を B とすると，

求める領域は A，B の共通部分 $A\cap B$ である。

すなわち，右の図の斜線部分である。

ただし，境界線を含まない。



境界線を含まない

不等号が異なるときは交点が○になるなど
注意が必要

【代入による領域の判定方法】

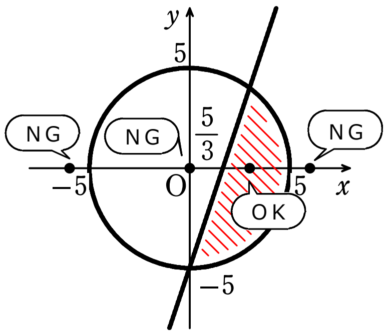
$(0,\ 0)$ を 代入すると $\begin{cases} 0+0<25 & \text{OK} \\ 0<0-5 & \text{NG} \end{cases}$

$(3,\ 0)$ を 代入すると $\begin{cases} 9+0<25 & \text{OK} \\ 0<6-1 & \text{OK} \end{cases}$

$(6,\ 0)$ を 代入すると $\begin{cases} 36+0<25 & \text{NG} \\ 0<18-5 & \text{OK} \end{cases}$

$(-6,\ 0)$ を 代入すると $\begin{cases} 36+0<25 & \text{NG} \\ 0<-18-5 & \text{NG} \end{cases}$

両方ともＯＫだった点を含む領域を塗りつぶす
基本的には４カ所中１カ所なので
見つけたら他は計算しなくてもＯＫ



円の内部ということは問題の式からすぐにわかる
そのことに気づけば，調べるのは $(0,0)$ と $(3,0)$ だけで良い
ことに気づいてほしい

図形と方程式【領域：応用】 p.111～115，118

青チャートⅡ：例題 117～121

例題１３） 不等式 $(x-y)(x+y-2)<0$ の表す領域を図示せよ。

考え方 … 不等式の性質「 $ab<0 \iff \begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases}$ または $\begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases}$ 」を利用する。

積の形のときは１カ所調べて交互にＯＫ・ＮＧの判断をする！

解答　与えられた不等式が成り立つことは

$$\begin{cases} x-y>0 \\ x+y-2<0 \end{cases} \quad \cdots\cdots ① \qquad \text{または} \qquad \begin{cases} x-y<0 \\ x+y-2>0 \end{cases} \quad \cdots\cdots ②$$

が成り立つことと同値である。

よって，求める領域は，

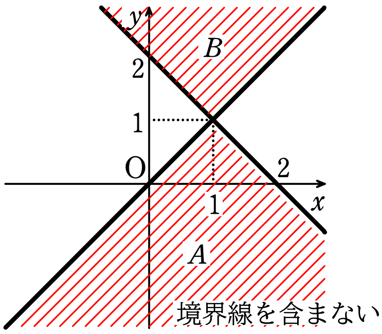
① の表す領域 A ($y<x$ **かつ** $y<-x+2$) **と**

② の表す領域 B ($y>x$ **かつ** $y>-x+2$) **の**

和集合 $A \cup B$ である。

すなわち，右の図の斜線部分である。

ただし，境界線を含まない。



$y>$～，$y<$～ に変形してよいが，仕組みがわかれば代入法でも判定はできる。境界線ごとに交互に変えていこう。

【代入による領域の判定方法】

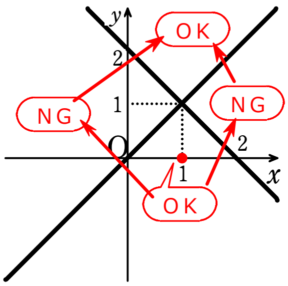
※まず＝にして境界線を引く　$x-y=0$ と $x+y-2=0$

※境界線上にない点を代入する

$(1,0)$ を代入すると　$(1-0)(1+0-2)<0$

$1\times(-1)<0$

よって，求める領域は図の斜線部分である。



図形と方程式【領域：応用】 p.111～115, 118

青チャートⅡ：例題117～121

□放物線を境界線とする領域

境界線が直線や円の場合の領域について学んだ。ここでは，境界線が放物線である場合について，不等式の表す領域を調べよう。

例） (1) 不等式 $y>x^2$ の表す領域は，放物線 $y=x^2$ の上側の部分である。

すなわち，下の図 (1) の斜線部分である。ただし，境界線を含まない。

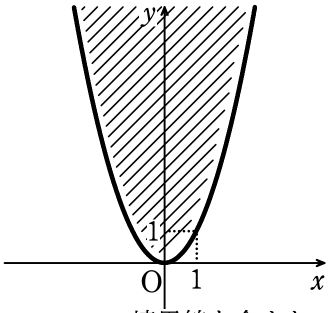
(2) 不等式 $y<x^2$ の表す領域は，放物線 $y=x^2$ の下側の部分 である。

すなわち，下の図 (2) の斜線部分である。ただし，

境界線を含まない。

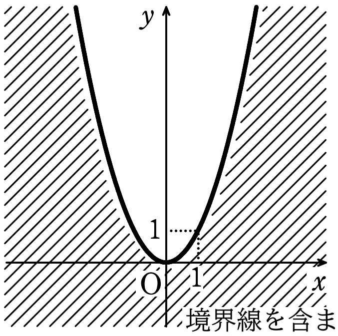
$(0,1)$ などを代入して、成り立つかどうか 調べても良い

(1)



境界線を含まない

(2)



境界線を含まない

終

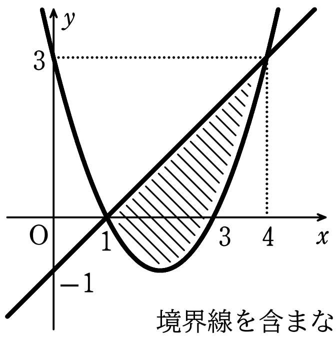
また，連立不等式

$$\begin{cases} y>x^2-4x+3 & \cdots\cdots ① \\ y<x-1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

の表す領域は，不等式 ① の表す領域と不等式 ② の表す領域の共通部分である。

よって，右の図の斜線部分である。

ただし，境界線を含まない。



境界線を含まない

一般に，次のことがいえる。

> 関数 $y=f(x)$ のグラフを F とする。
>
> 不等式 $y>f(x)$ の表す領域は，曲線 F の上側の部分である。
>
> 不等式 $y<f(x)$ の表す領域は，曲線 F の下側の部分である。

＜注意＞ $y \geqq f(x)$ や $y \leqq f(x)$ の表す領域は，曲線 F を含む。