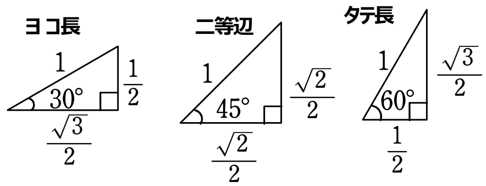
図形と計量【方程式・不等式】 p.147～149

青チャートⅠ：例題 141～143, 148～149

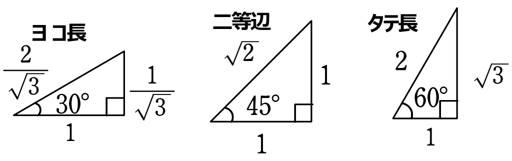
【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】三角比の値から角度を求めよう

【斜辺が１の直角三角形の辺の比】



【底辺が１の直角三角形の辺の比】



□三角比の等式を満たす θ

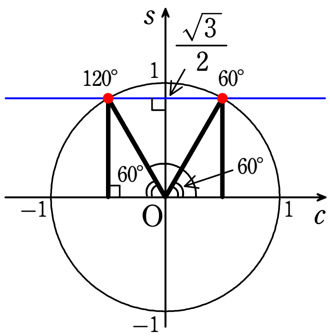
（三角比を含む方程式 ← θ(角度) を答える問題）

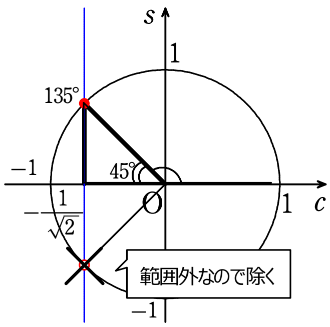
ある角 θ の三角比の値が与えられたとき，その θ を求めてみよう。

例題５） $0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，次の等式を満たす θ を求めよ。

範囲の確認く

(1) $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2) $\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$



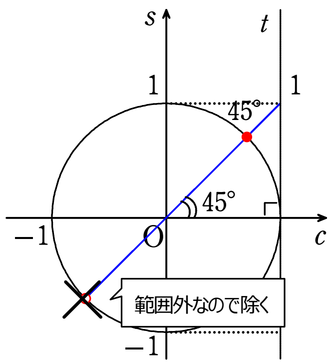


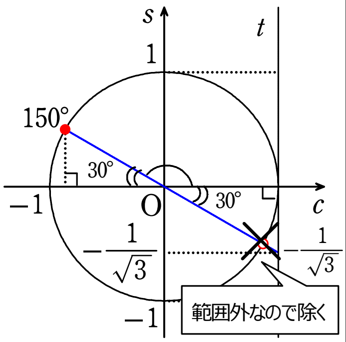
∴　$\theta = 60°,\ 120°$　　∴　$\theta = 135°$

練習１５） $0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，次の等式を満たす θ を求めよ。

範囲の確認く

(1) $\tan\theta = 1$　　(2) $\tan\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$





∴　$\theta = 45°$　　∴　$\theta = 150°$

【サイン・コサイン編】

①$\sin\theta =$ 　や $\cos\theta =$

　の形に式を整理

②単位円をかく

③サインは高さを示す線(横線)

　コサインは横を示す線(縦線)

　を引く

ヒント $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (長い辺)は端に近く

　$\frac{1}{2}$ (短い辺)は軸に近く

　$\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ は二等辺

　$\frac{1}{2}$ から端に向けて３等分でもよい

④範囲内の交点を用いて

　できる直角三角形から

　角度を調べる

【タンジェント編】

① $\tan\theta =$ 　の形に整理

② t 軸付の単位円をかく

③ t 軸に値の印を付けて

　中心を通る線を引く

ヒント ±１は円と同じ高さ

　$\pm\sqrt{3}$ は半径より長く

　$\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ は半径より短く

④範囲内の交点を用いて

　できる直角三角形から

　角度を調べる

注意 表を覚えるよりも，不等式を解くことなども見据え，図（単位円）を使えるようになっておこう。

図形と計量【方程式・不等式】 p.147～149

青チャートⅠ：例題 141～143, 148～149

例題） $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

範囲の確認く

【青チャート数学Ⅰ重要例題１４８類題】

(1) $\sin\theta \geqq \dfrac{1}{2}$　　(2) $\cos\theta < -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(3) $\tan\theta \geqq \sqrt{3}$

解答

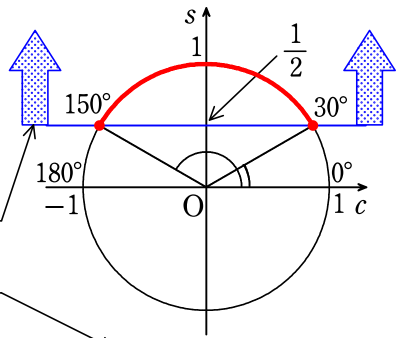
(1) $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ を満たす θ は　$\theta = 30^\circ,\ 150^\circ$

$\sin\theta \geqq \dfrac{1}{2}$　なので引いた線と，線より上側（大きい方）

図から，求める θ の値の範囲は

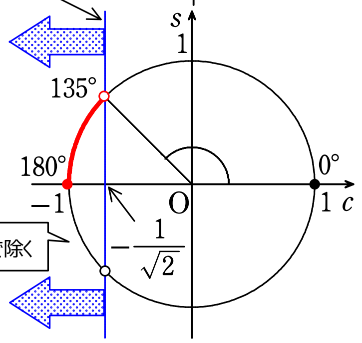
$$30^\circ \leqq \theta \leqq 150^\circ$$

(1)



線と単位円の交点の白黒は不等式の＝から判断する

(2)



(2) $\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ は　$\theta = 135^\circ$

$\cos\theta < -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　なので引いた線より左側（小さい方）

図から，求める θ の値の範囲は

$$135^\circ < \theta \leqq 180^\circ$$

範囲外なので除く

(3) $\tan\theta = \sqrt{3}$ を満たす θ は　$\theta = 60^\circ$

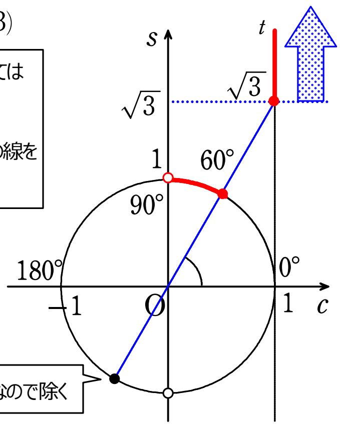
$\tan\theta \geqq \sqrt{3}$ なので $\sqrt{3}$ および上側（大きい方）

図から，求める θ の値の範囲は

$$60^\circ \leqq \theta < 90^\circ$$

(3)

タンジェントについてはわかりにくかったら条件を満たす角の線を複数引いてみよう



注意 $\tan 90^\circ$ および $\tan 270^\circ$ は白丸（値をとらない）

範囲外なので除く

図形と計量【方程式・不等式】 p.147～149

青チャートⅠ：例題 141～143，148～149

※ 方程式や不等式の考え方を活用すると，２次方程式や２次不等式の形でも解ける

※ 数学Ⅱの三角関数では範囲を拡張（ $0° \leqq \theta < 360°$ など）したり，度数法から弧度法に変わったりするが，同じように解ける

例題） $0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，次の等式・不等式を解け。

範囲の確認く

【青チャート数学Ⅰ重要例題１４３，１４９類題】

(1) $3\sin\theta - 2\cos^2\theta = 0$ (2) $2\cos^2\theta - \cos\theta - 1 \leqq 0$ (3) $2\cos^2\theta < -7\sin\theta + 5$

【重要】三角関数の統一 … ① サイン，コサイン の統一 ② 倍角 (1 倍角，2 倍角等)の統一

解答

(1) 方程式を変形すると $3\sin\theta - 2(1-\sin^2\theta) = 0$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$$2\sin^2\theta + 3\sin\theta - 2 = 0$$

$2x^2 + 3x - 2 = 0$

したがって $(2\sin\theta - 1)(\sin\theta + 2) = 0$

$2\sin\theta - 1 = 0$ すなわち $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$

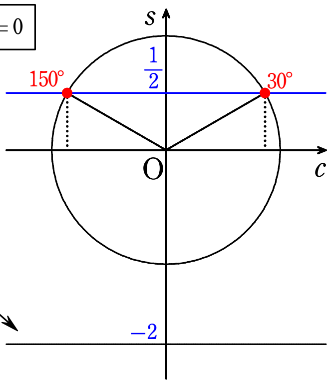
$\sin\theta + 2 = 0$ すなわち $\sin\theta = -2$

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ より $0 \leqq \sin\theta \leqq 1$ であるから $\sin\theta + 2 \neq 0$

円との交点がない
→解がない
ということもわかる

よって $0° \leqq \theta < 180°$ の範囲で解くと

$\theta = 30°，150°$



(2) $2\cos^2\theta - \cos\theta - 1 \leqq 0$ から

$2x^2 - x - 1 \leqq 0$

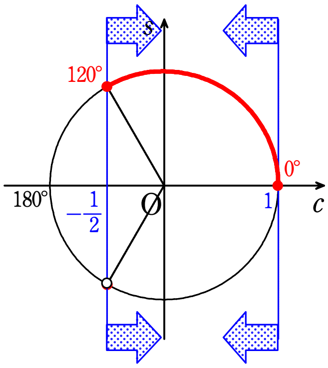
$(\cos\theta - 1)(2\cos\theta + 1) \leqq 0$

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ より $-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ であるから

$$-\frac{1}{2} \leqq \cos\theta \leqq 1$$

したがって，求める θ は

$0° \leqq \theta < 120$



(2) $2\cos^2\theta < -7\sin\theta + 5$ から

$2x^2 - 7x + 3 > 0$

$2(1-\sin^2\theta) < -7\sin\theta + 5$

$2\sin^2\theta - 7\sin\theta + 3 > 0$

$(\sin\theta - 3)(2\sin\theta - 1) > 0$ …… ①

①の２次不等式を
このまま解いて
$\sin\theta < \dfrac{1}{2}$，$3 < \sin\theta$
を図示しても解が示される

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ より $0 \leqq \sin\theta \leqq 1$ であるから

常に $\sin\theta - 3 < 0$

よって，① から $2\sin\theta - 1 < 0$

ゆえに $0 \leqq \sin\theta < \dfrac{1}{2}$ を解いて

$0° \leqq \theta < 30°，150° < \theta \leqq 180°$