図形と計量【関数】

青チャートⅠ：例題150

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】三角比が１次式のときは、図（とり得る値の範囲）を活用できるようにしよう

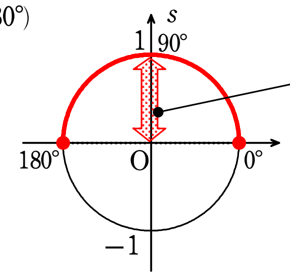
三角比が２次式のときは、２次関数を活用できるようにしよう

□**とり得る値の範囲の問題**（三角比が１次式のとき，最大値･最小値を求める）

例題）次の式のとりうる値の範囲を求めよ。

(1) $\sin\theta+2$ $(0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ)$

解答 $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき



サインなので s 軸（高さ）を見る

$0\leqq\sin\theta\leqq1$

各辺に 2 を加えて

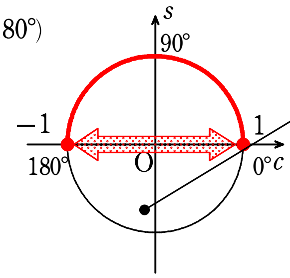
$2\leqq\sin\theta+2\leqq3$

最小値　最大値

※最大最小となるときの角度は　図から判断できる

(2) $3\cos\theta-2$ $(0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ)$

解答 $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき



コサインなので c 軸（横）を見る

$-1\leqq\cos\theta\leqq1$

各辺に 3 を掛けて

$-3\leqq3\cos\theta\leqq3$

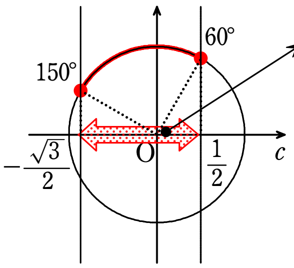
各辺から 2 を引いて

$-5\leqq3\cos\theta-2\leqq1$

(3) $-2\cos\theta+1$ $(60^\circ\leqq\theta\leqq150^\circ)$

解答 $60^\circ\leqq\theta\leqq150^\circ$ のとき

範囲が中途半端でも
考え方は同じ



コサインなので c 軸（横）を見る

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\leqq\cos\theta\leqq\dfrac{1}{2}$

各辺に -2 を掛けて

$-1\leqq-2\cos\theta\leqq\sqrt{3}$

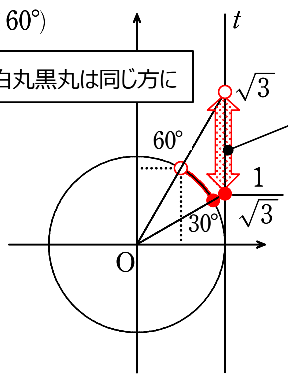
各辺に 1 を加えて

$0\leqq-2\cos\theta+1\leqq1+\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{3}\tan\theta-3$ $(30^\circ\leqq\theta<60^\circ)$

解答 $30^\circ\leqq\theta<60^\circ$ のとき

白丸黒丸は同じ方に



タンジェントは傾きだが判断しづらい
そこで　t 軸（高さ）を見る

$\dfrac{1}{\sqrt{3}}\leqq\tan\theta<\sqrt{3}$

各辺に $\sqrt{3}$ を掛けて

$1\leqq\sqrt{3}\tan\theta<3$

各辺から 3 を引いて

$-2\leqq\sqrt{3}\tan\theta-3<0$

図形と計量【関数】

□**三角比の２次関数の最大･最小**（三角比が２次式のとき，最大値･最小値を求める）

例題） $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，関数 $y=\sin^2\theta-\cos\theta$ の最大値と最小値を求めよ。

また，そのときの θ の値も求めよ。【青チャート数学Ⅰ重要例題１５０類題】

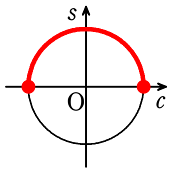
三角関数の統一

解答　$y=\sin^2\theta-\cos\theta=(1-\cos^2\theta)-\cos\theta=-\cos^2\theta-\cos\theta+1$

$\cos\theta=t$ とおくと，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき　$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$

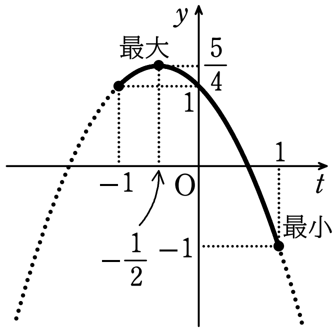
$\therefore\ -1 \leqq t \leqq 1$ ……①

置き換えたら範囲の吟味
⇒とりうる値の範囲



y を t の式で表すと

$$y=-t^2-t+1=-\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$$



① の範囲において，y は

$t=-\dfrac{1}{2}$ で最大値 $\dfrac{5}{4}$，

$t=1$ で最小値 -1

をとる。$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ であるから

$t=-\dfrac{1}{2}$ となるのは，$\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$ から　$\theta=120^\circ$

$t=1$ となるのは，$\cos\theta=1$ から　$\theta=0^\circ$

t を θ に戻す

したがって　$\theta=120^\circ$ のとき最大値 $\dfrac{5}{4}$，$\theta=0^\circ$ のとき最小値 -1

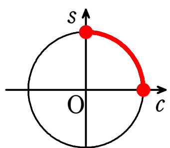
例題） $0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ のとき，関数 $y=2\sin^2\theta-8\sin\theta+5$ の最大値と最小値を求めよ。

また，そのときの θ の値も求めよ。

解答　$\sin\theta=t$ とおくと，$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ のとき　$0 \leqq \sin\theta \leqq 1$

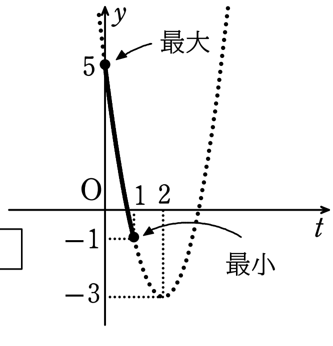
$0 \leqq t \leqq 1$ ……①

置き換えたら範囲の吟味
⇒とりうる値の範囲



y を t の式で表すと

$$y=2t^2-8t+5=2(t-2)^2-3$$



① の範囲において，y は

$t=0$ で最大値 5，

$t=1$ で最小値 -1

をとる。$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ であるから

$t=0$ となるのは，$\sin\theta=0$ から　$\theta=0^\circ$

$t=1$ となるのは，$\sin\theta=1$ から　$\theta=90^\circ$

t を θ に戻す

したがって

$\theta=0^\circ$ のとき最大値 5，　$\theta=90^\circ$ のとき最小値 -1