

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】いろいろな工夫をすることによって、複雑な数列の和を求めることができる。

□ 数列の和と一般項

数列の第 n 項 a_n と初項から第 n 項までの和 S_n の関係を調べよう。

$n \geq 2$ のとき

$$S_n = (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}) + a_n$$

ゆえに

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

〔補足〕 $n \geq 2$ のとき

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_{n-1} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}$$

両辺を引くと

$$S_n - S_{n-1} = \quad \quad \quad + a_n$$

また, $S_1 = a_1$ であるから, 次のことが成り立つ。

数列の和と一般項

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると

初項 a_1 は $a_1 = S_1$

$n \geq 2$ のとき $a_n = S_n - S_{n-1}$

忘れずに

例題 9 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 + 4n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

〔解答〕 初項 a_1 は $a_1 = S_1 = 1^2 + 4 \cdot 1 = 5$

$n \geq 2$ のとき $a_n = S_n - S_{n-1}$

忘れずに $= (n^2 + 4n) - \{(n-1)^2 + 4(n-1)\}$

$$= (n^2 + 4n) - (n^2 + 2n - 3)$$

よって $a_n = 2n + 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$

$n \geq 2$ の条件にできた式が
 $n = 1$ でも成り立つか代入して確認

① で $n = 1$ とすると $a_1 = 5$ が得られるから, ① は $n = 1$ のときにも成り立つ。

したがって, 一般項は $a_n = 2n + 3$

深める 例題 9 において, $S_n = n^2 + 4n + 1$ とする。

(1) $n \geq 2$ のとき, a_n を n の式で表そう。 (2) a_1 を求めよう。

〔解答〕 (1) $n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 + 4n + 1 - \{(n-1)^2 + 4(n-1) + 1\} \\ &= n^2 + 4n + 1 - n^2 + 2n - 1 - 4n + 4 - 1 \\ &= 2n + 3 \end{aligned}$$

(2) $a_1 = S_1 = 1^2 + 4 + 1 = 6$

(1) の a_n に $n = 1$ を代入すると $2 + 4 = 6$ となり a_1 と一致しない。

したがって $n = 1$ のとき $a_1 = 6$

$n \geq 2$ のとき $a_n = 2n + 1$

等差数列の和の公式のところでの〔補足〕より
公式より, 和 S_n が $an^2 + bn$ の形である
数列は等差数列である
($an^2 + bn + c$, $c \neq 0$ だと, 初項の分
ずれるので第 2 項以降が等差数列)

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】いろいろな工夫をすることによって、複雑な数列の和を求めることができる。

□ 数列の和と一般項

数列の第 n 項 a_n と初項から第 n 項までの和 S_n の関係を調べよう。

$n \geq 2$ のとき

$$S_n = (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}) + a_n$$

ゆえに

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

〔補足〕 $n \geq 2$ のとき

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_{n-1} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}$$

両辺を引くと

$$S_n - S_{n-1} = \quad \quad \quad + a_n$$

また, $S_1 = a_1$ であるから, 次のことが成り立つ。

数列の和と一般項

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると

初項 a_1 は $a_1 = S_1$

$n \geq 2$ のとき $a_n = S_n - S_{n-1}$

忘れずに

例題 9) 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 + 4n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

〔解答〕 初項 a_1 は $a_1 = S_1 = 1^2 + 4 \cdot 1 = 5$

$n \geq 2$ のとき $a_n = S_n - S_{n-1}$

忘れずに

$$= (n^2 + 4n) - \{(n-1)^2 + 4(n-1)\}$$

$$= (n^2 + 4n) - (n^2 + 2n - 3)$$

よって $a_n = 2n + 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$

$n \geq 2$ の条件にできた式が
 $n = 1$ でも成り立つか代入して確認

① で $n = 1$ とすると $a_1 = 5$ が得られるから, ① は $n = 1$ のときにも成り立つ。

したがって, 一般項は $a_n = 2n + 3$

深める 例題 9 において, $S_n = n^2 + 4n + 1$ とする。

- (1) $n \geq 2$ のとき, a_n を n の式で表そう。 (2) a_1 を求めよう。