統計的な推測【独立な確率変数】p.67～74

青チャートB: 例題 71～75

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】独立であるときに何が成立するか理解して確率変数の和の分散を求められるようになろう。

□確率変数の独立

例５） 100 円硬貨 2 枚，10 円硬貨 2 枚を同時に投げ，100 円硬貨の表の出る枚数を X，10 円硬貨の表の出る枚数を Y とする。

X と Y の同時分布は右の表のようになる。

X \ Y	0	1	2	計
0	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$
1	$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{8}{16}$
2	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$
計	$\frac{4}{16}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{4}{16}$	1

例えば，$X=1$，$Y=1$ となる確率は

$$P(X=1,\ Y=1)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

また

$$P(X=1)P(Y=1)=\frac{8}{16}\cdot\frac{8}{16}=\frac{1}{4}$$

したがって　$P(X=1,\ Y=1)=P(X=1)P(Y=1)$

問３） 例 5 において，X のとる任意の値 a と，Y のとる任意の値 b について

$$P(X=a,\ Y=b)=P(X=a)P(Y=b)$$

が成り立つことを確かめよ。

解説　X と Y の同時分布は上の表から，次の通り。

$P(X=0,\ Y=0)=\frac{1}{16}$,　$P(X=0)P(Y=0)=\frac{4}{16}\cdot\frac{4}{16}=\frac{1}{16}$

$P(X=0,\ Y=1)=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$,　$P(X=0)P(Y=1)=\frac{4}{16}\cdot\frac{8}{16}=\frac{1}{8}$

$P(X=0,\ Y=2)=\frac{1}{16}$,　$P(X=0)P(Y=2)=\frac{4}{16}\cdot\frac{4}{16}=\frac{1}{16}$

$P(X=1,\ Y=0)=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$,　$P(X=1)P(Y=0)=\frac{8}{16}\cdot\frac{4}{16}=\frac{1}{8}$

$P(X=1,\ Y=1)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$,　$P(X=1)P(Y=1)=\frac{8}{16}\cdot\frac{8}{16}=\frac{1}{4}$

$P(X=1,\ Y=2)=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$,　$P(X=1)P(Y=2)=\frac{8}{16}\cdot\frac{4}{16}=\frac{1}{8}$

$P(X=2,\ Y=0)=\frac{1}{16}$,　$P(X=2)P(Y=0)=\frac{4}{16}\cdot\frac{4}{16}=\frac{1}{16}$

$P(X=2,\ Y=1)=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$,　$P(X=2)P(Y=1)=\frac{4}{16}\cdot\frac{8}{16}=\frac{1}{8}$

$P(X=2,\ Y=2)=\frac{1}{16}$,　$P(X=2)P(Y=2)=\frac{4}{16}\cdot\frac{4}{16}=\frac{1}{16}$

X のとる値 a $(a=0,\ 1,\ 2)$ と Y のとる値 b $(b=0,\ 1,\ 2)$ について，すべての a，b の値に対して $P(X=a,\ Y=b)=P(X=a)P(Y=b)$ が成り立つ。……終

統計的な推測【独立な確率変数】 p.67～74

青チャートB: 例題 71～75

2 つの確率変数 X, Y があって，X のとる任意の値 a と，Y のとる任意の値 b について

$$\boxed{P(X=a,\ Y=b)=P(X=a)P(Y=b)}$$

が成り立つとき，確率変数 X と Y は互いに **独 立** であるという。

数学Aでも出てきた話（試行の独立）。直感的には互いに何の影響も与えないということだが，数学的にきちんと定義されていることが重要。

⇨

「確率変数 X と Y が独立」
⇔「$P(X=x_i,\ Y=y_j)=P(X=x_i)P(Y=y_j)$ がすべての $(i,\ j)$ について成り立つ」

例えば，100 円硬貨 2 枚，10 円硬貨 2 枚を同時に投げるとき，それぞれの表の出る枚数 X と Y は，問 3 により，互いに独立である。

2 つの確率変数 X と Y が互いに独立で，それぞれの確率分布が

X	x_1	x_2	計
P	p_1	p_2	1

Y	y_1	y_2	計
P	q_1	q_2	1

で与えられているとする。

このとき，$P(X=x_i,\ Y=y_j)=p_{ij}$ とすると，

$$p_{ij}=P(X=x_i,\ Y=y_j)=P(X=x_i)P(Y=y_j)=p_iq_j$$

となる。よって，X と Y の同時分布は，右の表のようになる。

X \ Y	y_1	y_2	計
x_1	p_1q_1	p_1q_2	p_1
x_2	p_2q_1	p_2q_2	p_2
計	q_1	q_2	1

一般に，2 つの確率変数 X と Y の同時分布が 表の通りであるとき，X と Y が互いに独立であることと，

$$p_{ij}=p_iq_j$$

がすべての i と j の組合せについて成り立つことは同値である。

X \ Y	y_1	y_2	……	y_m	計
x_1	p_{11}	p_{12}	……	p_{1m}	p_1
x_2	p_{21}	p_{22}	……	p_{2m}	p_2
⋮					
⋮					
x_n	p_n	p_n	……	p_{nm}	p_n
計	q_1	q_2	……	q_m	1

3 つ以上の確率変数が互いに独立であることも，2 つの確率変数の場合と同様に定義される。

例えば，確率変数 X, Y, Z があって，X のとる任意の値 a，Y のとる任意の値 b，Z のとる任意の値 c について

$$P(X=a,\ Y=b,\ Z=c)=P(X=a)P(Y=b)P(Z=c)$$

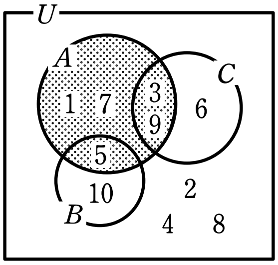
が成り立つとき，確率変数 X, Y, Z は互いに **独 立** であるという。

注意　X と Y ，Y と Z ，Z と X がそれぞれ独立であっても X, Y, Z が独立になるとは限らない。

統計的な推測【独立な確率変数】p.67〜74

青チャートB: 例題 71〜75

□事象の独立と従属



1 から 10 までの番号をつけた 10 枚のカードから 1 枚を取り出すとき，その番号が

奇数であるという事象を A，　5 の倍数であるという事象を B，

3 の倍数であるという事象を C

とする。このとき　$P(B)=\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$

また，数学 A で学んだように，

事象 A が起こったときの事象 B が起こる条件付き確率は，

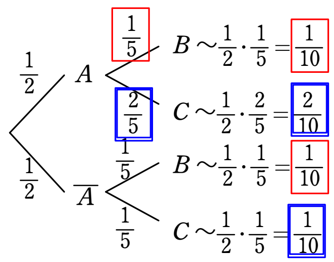
$P(A)=\dfrac{5}{10}$，$P(A\cap B)=\dfrac{1}{10}$ より

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{1}{5}$$

よって　$\boxed{P_A(B)=P(B)}$

これに対し，$P(C)=\dfrac{3}{10}$，$P_A(C)=\dfrac{2}{5}$ であるから

$\boxed{P_A(C)\fallingdotseq P(C)}$



$P(B)=\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10}=\dfrac{2}{10}=\boxed{\dfrac{1}{5}}$

$P(C)=\dfrac{2}{10}+\dfrac{1}{10}=\boxed{\dfrac{3}{10}}$

一般に，2 つの事象 A，B において

$$P_A(B)=P(B)\quad\cdots\cdots ①$$

が成り立つとき，事象 A の起こることが事象 B の起こる確率に影響を与えない。

このとき，事象 B は事象 A に **独 立** であるという。

① が成り立つとき，乗法定理により，次の式が成り立つ。

$\boxed{P(A\cap B)=P(A)P(B)\ \text{（独立事象の乗法定理）}}\cdots\cdots ②$

$P(A)\fallingdotseq 0$，$P(B)\fallingdotseq 0$ とする。このとき，逆に ② が成り立つとすると，

その両辺を $P(A)$ で割ると $\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=P(B)$ であり　$P_A(B)=P(B)$ ……① が導かれるから，

① と ② は同値である。

同様に考えて，② は等式 $\boxed{P_B(A)=P(A)}$ とも同値である。

ゆえに，事象 B が事象 A に独立ならば，事象 A は事象 B に独立となる。したがって，

$P(A\cap B)=P(A)P(B)$ が成り立つとき，2 つの事象は互いに独立であるといってよい。

2 つの事象 A，B が独立でないとき，A と B は **従 属** であるという。

例えば，事象 A と B は独立であり，事象 A と C は 従属 である。

事象の独立

2 つの事象 A，B が互いに独立 $\iff$ $\boxed{P(A\cap B)=P(A)P(B)}$

補足 事象の独立のいろいろな形

(1) $P_A(B)=P(B)$

(2) $P(A)\neq 0$ かつ $P(A)\neq 1$ のとき　$P_{\overline{A}}(B)=P(B)$

(3) $P_{\overline{A}}(B)=P_A(B)$

(4) $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

(5) $P_B(A)=P(A)$

独立性を調べるときは$P(A\cap B)=P(A)P(B)$を用いることが多い。また，右辺は $P(A)=0$ または $P(B)=0$ のとき常に成り立つ。
そこで，$P(A)=0$ のときは $P_A(B)=P(B)$ と定め，$P(A)=0$ の事象つまり空事象はどんな事象 B とも独立であると定める。よって，乗法定理は空事象の場合も成り立つ

証明　$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ において A に $\overline{A}$ を代入し，$P_{\overline{A}}(B)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}$

$P(\overline{A})=1-P(A)$ および $P(\overline{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)$ ，$P(A\cap B)=P_A(B)P(A)$ を用いて

$$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{1-P(A)}=\frac{P(B)-P_A(B)P(A)}{1-P(A)}\quad\cdots\cdots②$$

したがって (1) が成り立てば $P_{\overline{A}}(B)=\dfrac{P(B)-P(B)P(A)}{1-P(A)}=P(B)$ となり (2) が成り立つ。

逆に (2) が成り立てば ② より，$P_{\overline{A}}(B)=\dfrac{P(B)-P_A(B)P(A)}{1-P(A)}=P(B)$

両辺に $1-P(A)$ を掛けると　$P(B)-P_A(B)P(A)=P(B)\{1-P(A)\}=P(B)-P(A)P(B)$

$P(A)\neq 0$ のとき (1) が得られる

すなわち，A と B が独立であることと，$\overline{A}$ と B が独立であることは同値である。

また，(1) が成り立てば (2) も成り立つので (3) も成り立つ。

逆に，(3) が成り立てば ② と合わせて

$$P_{\overline{A}}(B)=P_A(B)=\frac{P(B)-P_A(B)P(A)}{1-P(A)}$$

両辺に $1-P(A)$ を掛けると　$P_A(B)\{1-P(A)\}=P(B)-P_A(B)P(A)$

$$P_A(B)-P_A(B)P(A)=P(B)-P_A(B)P(A)$$

よって　$P_A(B)=P(B)$ となり (1) が得られるので，(1) と (3) も同値である。

$P(A)\neq 0$ のとき，(1) と (4) が同値であるのは教科書に証明されている。

さらに　(1) と (4) の証明で A と B を入れ替えながらたどると

$P(A)\neq 0$ かつ $P(B)\neq 0$ のとき (1) と (5) が同値であることがわかる。

⇩

2 つの事象A，B が従属であるということは

[1]　$P_A(B)\neq P(B)$ ‥‥‥ (1) の否定

[2]　$P_B(A)\neq P(A)$ ‥‥‥ (5) の否定

[3]　$P(A\cap B)\neq P(A)P(B)$ ‥‥‥ (4) の否定

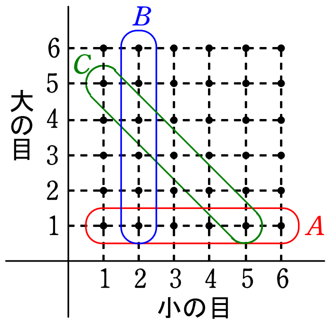
のいずれかを示すことで確認ができる

統計的な推測【独立な確率変数】p.67～74

青チャートB: 例題 71～75

例題４改）　大小 2 個のさいころを同時に投げるとき，
大きいさいころの目が 1 であるという事象を A，小さいさいころの目が 2 であるという事象を B，
さいころの目の和が 6 であるという事象を C とする。次の 2 つの事象は独立であるか，従属であるか。

(1)　A と B　　　(2)　A と C



解答　(1)　$P(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$，$P(B)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

$P(A\cap B)=\dfrac{1}{36}$　であるから

$\boxed{P(A\cap B)=P(A)P(B)}$

よって，$\boxed{\text{2 つの事象 } A \text{ と } B \text{ は独立}}$ である。

(2)　$P(C)=\dfrac{5}{36}$，$P(A\cap C)=\dfrac{1}{36}$　であるから

$\boxed{P(A\cap C)\fallingdotseq P(A)P(C)}$

よって，$\boxed{\text{2 つの事象 } A \text{ と } C \text{ は従属}}$ である。　……終

深める　$P_A(B)=P(B)$ を用いるとどうなるか考えてみよう

	B	$\overline{B}$
A	1	5
$\overline{A}$	5	25

大きい方が 1 の目とわかっても，小さい方の目が 2 になる確率に影響はない（変わらない）

	C	$\overline{C}$
A	1	5
$\overline{A}$	4	26

大きい方が 1 の目とわかったとき，和が 6 になる確率に影響が出る

ここで，事象の独立と確率変数の独立の関係についてみてみよう。

事象 A が起これば 1，起こらなければ 0 の値をとる確率変数を X，事象 B が起これば 1，起こらなければ 0 の値をとる確率変数を Y とすると，$P(A\cap B)=P(A)P(B)$ ……② は次と同値である。

$$P(X=1,\ Y=1)=P(X=1)P(Y=1)$$

したがって，確率変数 X と Y が独立ならば，事象 A と B は独立である。

逆に，事象 A と B が独立であるとする。X は 0 と 1 の値しかとらないから

$$P(X=0)+P(X=1)=1$$

更に，$X=0$ かつ $Y=1$ という事象と，$X=1$ かつ $Y=1$ という事象は互いに排反で，
これらの和事象は $Y=1$ という事象であるから

$$P(X=0,\ Y=1)+P(X=1,\ Y=1)=P(Y=1)$$

よって　$P(X=0,\ Y=1)=P(Y=1)-P(X=1,\ Y=1)$

$$=P(Y=1)-P(X=1)P(Y=1)=\{1-P(X=1)\}P(Y=1)$$

ゆえに　$P(X=0,\ Y=1)=P(X=0)P(Y=1)$

同様に，a と b がそれぞれ 0 と 1 のいずれであっても，$P(X=a,\ Y=b)=P(X=a)P(Y=b)$
が成り立つ。よって，確率変数 X と Y は独立である。

したがって，事象 A と B が独立であることと，対応する確率変数 X と Y が独立であることは同値である。
（つまり条件付き確率と確率変数の独立が，事象の独立との論理的な関係がある）

統計的な推測【独立な確率変数】 p.67〜74

青チャートB: 例題 71〜75

□独立な２つの確率変数の積の期待値

X	x_1	x_2	計
P	p_1	p_2	1

Y	y_1	y_2	計
P	q_1	q_2	1

２つの確率変数 X と Y について，積 XY もまた確率変数である。
X と Y が互いに独立のとき，積 XY の期待値 $E(XY)$ について考えてみよう。

２つの確率変数 <u>X と Y が**互いに独立**</u>で，その同時分布が右の表で与えられているとする。このとき，確率変数 XY の期待値 $E(XY)$ は，次のように計算される。

X \ Y	y_1	y_2	計
x_1	p_1q_1	p_1q_2	p_1
x_2	p_2q_1	p_2q_2	p_2
計	q_1	q_2	1

$$E(XY)=(x_1y_1)(p_1q_1)+(x_1y_2)(p_1q_2)+(x_2y_1)(p_2q_1)+(x_2y_2)(p_2q_2)$$
$$=x_1p_1(y_1q_1+y_2q_2)+x_2p_2(y_1q_1+y_2q_2)$$
$$=(x_1p_1+x_2p_2)(y_1q_1+y_2q_2)=E(X)E(Y)$$

一般に，確率変数 X，Y について，次のことが成り立つ。

独立な 2 つの確率変数の積の期待値

2 つの確率変数 <u>X，Y が**互いに独立**</u>であるとき

$$E(XY)=E(X)E(Y)$$

<u>独立なら</u>　期待値は、
掛けて出せる

XY	x_1y_1	x_1y_2	x_1y_3	x_2y_1	x_2y_2	x_2y_3	計
P	p_1q_1	p_1q_2	p_1q_3	p_2q_1	p_2q_2	p_2q_3	1

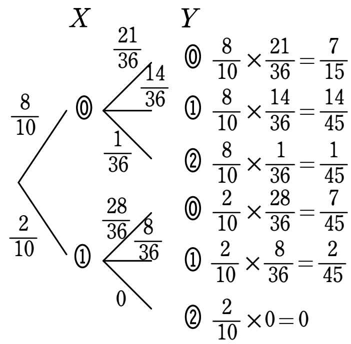
例６） 大小 2 個のさいころを投げて，それぞれの出る目を X，Y とする。

このとき，<u>X，Y は**互いに独立**</u>であるから，積 XY の期待値は

$$E(XY)=E(X)E(Y)=\frac{7}{2}\cdot\frac{7}{2}=\frac{49}{4}$$ 終

例題３再） 2 本の当たりくじを含む 10 本のくじがある。まず A さんがくじを 1 本引き，残りのくじから B さんが 2 本引くとき，A，B　2 人の当たりくじの数を，それぞれ X，Y とする。
$Z=XY$ とおいたときの $E(Z)$ を調べよ。

数学Aでは樹形図などで
処理していたところ



解答　Z のとる値は 0，1，2 であり，

$$P(Z=0)=\frac{43}{45},\ P(Z=1)=\frac{2}{45},\ P(Z=2)=0$$

$$E(Z)=E(XY)=0\cdot\frac{43}{45}+1\cdot\frac{2}{45}+2\cdot0=\frac{2}{45}$$

また，　$E(X)=0\cdot\frac{4}{5}+1\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{5}=\frac{9}{45}$

$$E(Y)=0\cdot\frac{28}{45}+1\cdot\frac{16}{45}+2\cdot\frac{1}{45}=\frac{18}{45}$$

より　$E(X)E(Y)=\frac{1}{5}\cdot\frac{18}{45}=\frac{18}{225}$

よって　$E(Z)=E(XY)\fallingdotseq E(X)E(Y)$

$X+Y$	0	1	2	3	計
P	$\frac{21}{45}$	$\frac{21}{45}$	$\frac{3}{45}$	0	1

（ $E(X+Y)=0\cdot\frac{21}{45}+1\cdot\frac{21}{45}+2\cdot\frac{3}{45}+3\cdot0=\frac{27}{45}$

$E(X)+E(Y)=\frac{27}{45}$ であるから，　$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$ は成り立つ）

注意　和 $X+Y$ の期待値は
独立とは無関係

□独立な２つの確率変数の和の分散

2 つの確率変数 $X,\ Y$ が**互いに独立**であるとき，和 $X+Y$ の分散について考えてみよう。

「分散と期待値」の式によると

$$V(X+Y)=E((X+Y)^2)-\{E(X+Y)\}^2 \quad \cdots\cdots ①$$

である。ここで　$E((X+Y)^2)=E(X^2+2XY+Y^2)=E(X^2)+2E(XY)+E(Y^2)$

$$\{E(X+Y)\}^2=\{E(X)+E(Y)\}^2=\{E(X)\}^2+2E(X)E(Y)+\{E(Y)\}^2$$

また，$X,\ Y$ が互いに独立であるから　$E(XY)=E(X)E(Y)$

以上から，① の $V(X+Y)$ は次のように表される。

$$\begin{aligned}V(X+Y)&=E(X^2)+E(Y^2)-\{E(X)\}^2-\{E(Y)\}^2\\&=[E(X^2)-\{E(X)\}^2]+[E(Y^2)-\{E(Y)\}^2]\\&=V(X)+V(Y)\end{aligned}$$

したがって，確率変数 $X,\ Y$ について，次のことが成り立つ。

独立な 2 つの確率変数の和の分散

2 つの確率変数 $X,\ Y$ が**互いに独立**であるとき

$$V(X+Y)=V(X)+V(Y)$$

独立なら
分散は、それぞれの和で出せる

例７） 大小 2 個のさいころを投げて，それぞれの出る目を $X,\ Y$ とすると，$X,\ Y$ は**互いに独立**である。

例 2 により　$V(X)=V(Y)=\dfrac{35}{12}$

独立なら
分散もそれぞれの和で出せる

よって，和 $X+Y$ の分散は　$V(X+Y)=V(X)+V(Y)=\dfrac{35}{12}+\dfrac{35}{12}=\dfrac{35}{6}$

また，和 $X+Y$ の標準偏差は　$\sigma(X+Y)=\sqrt{V(X+Y)}=\sqrt{\dfrac{35}{6}}=\dfrac{\sqrt{210}}{6}$　終

標準偏差は $\sqrt{(分散)}$

互いに独立な確率変数の和の分散に関する等式と，確率変数の変換の等式から，次のことが成り立つ。

$aX+bY$ の分散

確率変数 X と Y が**互いに独立**ならば

$$V(aX+bY)=a^2V(X)+b^2V(Y)$$

特に X と Y が独立であれば
$V(aX+bY)=V(aX)+V(bY)$
$\therefore V(aX+bY)=a^2V(X)+b^2V(Y)$
となるから
$V(X-Y)=V(X+(-Y))=V(X)+V(Y)$
が成り立ち、**差の分散も分散の和**となる。
これを　**分散の加法性**　という

例８） 例 6 の確率変数 X と Y について，

$4X-2Y$ の分散は，次のようになる。

$X,\ Y$ は**互いに独立**で　$V(X)=\dfrac{35}{12},\quad V(Y)=\dfrac{35}{12}$

よって　$V(4X-2Y)=4^2V(X)+(-2)^2V(Y)$

$$=16\cdot\frac{35}{12}+4\cdot\frac{35}{12}=\frac{175}{3}$$

終

統計的な推測【独立な確率変数】 p.67～74

青チャートB: 例題 71～75

□３つ以上の確率変数の独立

3 つ以上の確率変数の独立についても，2 つの場合と同様に定義する。

例えば，3 つの確率変数 X，Y，Z が**互いに独立**ならば，次の等式が成り立つ。

確率変数 X，Y，Z が**互いに独立**であるとき

$$E(XYZ)=E(X)E(Y)E(Z)$$

$$V(X+Y+Z)=V(X)+V(Y)+V(Z)$$

独立なら３つ以上でも
期待値は掛けて出せる
分散はそれぞれの和で出せる

コラム **確率変数の積の分散**

2 つの確率変数 X，Y について，積 XY の分散 $V(XY)$ と X，Y の分散の積 $V(X)V(Y)$ にはどのような関係があるだろうか。

確認 2 つの確率変数 X，Y が互いに独立で，それぞれの確率分布が次の表で与えられているとき， $V(XY)$ と $V(X)V(Y)$ をそれぞれ求めてみよう。

X	1	3	計
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

Y	2	4	計
P	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

一般の場合について，考えてみよう。2 つの確率変数 X， Y について，

これらの積 XY の分散は $V(XY)=E(X^2Y^2)-\{E(XY)\}^2$ …… ①

$E(X^2Y^2)$ や $E(XY)$ を扱いやすくするために， X， Y が互いに独立であるとしよう。

このとき，確率変数 X^2， Y^2 も互いに独立である。

したがって，① より $V(XY)=E(X^2)E(Y^2)-\{E(X)\}^2\{E(Y)\}^2$ …… ②

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$ より $E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2$ ，

$V(Y)=E(Y^2)-\{E(Y)\}^2$ より $E(Y^2)=V(Y)+\{E(Y)\}^2$

この 2 つの式を②に代入すると

$$\begin{aligned}V(XY)&=E(X^2)E(Y^2)-\{E(X)\}^2\{E(Y)\}^2\\&=[V(X)+\{E(X)\}^2]\cdot[V(Y)+\{E(Y)\}^2]-\{E(X)\}^2\{E(Y)\}^2\\&=V(X)\cdot V(Y)\boxed{+V(X)\{E(Y)\}^2+V(Y)\{E(X)\}^2}\end{aligned}$$

まとめ 互いに独立な 2 つの確率変数 X， Y について，$V(XY)=V(X)V(Y)$ が成り立つのは

$\boxed{V(X)\{E(Y)\}^2+V(Y)\{E(X)\}^2}=0$ のとき

すなわち， $V(X)\{E(Y)\}^2=0$ ， $V(Y)\{E(X)\}^2=0$

のときである。