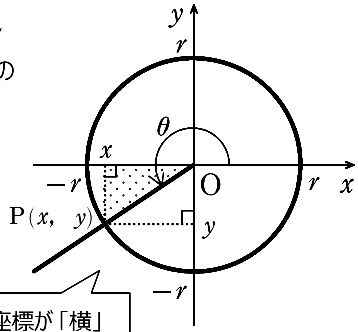
【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】三角関数の値や符号を考えられるようになろう

□三角関数

座標平面上で，右の図のように x 軸の正の部分を始線として，一般角 θ の動径と，原点を中心とする半径 r の円との交点 P の座標を $(x,\ y)$ とする。このとき，$\dfrac{y}{r}$，$\dfrac{x}{r}$，$\dfrac{y}{x}$ の各値は，円の半径 r に関係なく，いずれも θ だけで定まる。



x 座標が「横」
y 座標が「縦」

そこで，三角比と同様に，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ を

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\quad \cos\theta=\frac{x}{r},\quad \tan\theta=\frac{y}{x}$$

と定め，それぞれ一般角 θ の **正弦，余弦，正接** という。これらはいずれも θ の関数であり，まとめて θ の **三角関数** という。円を用いて定義されるので　円関数　とも呼ばれる

注意　$\theta=\dfrac{\pi}{2}+n\pi$（$n$ は整数）に対しては，$\tan\theta$ は定義しない。

240°

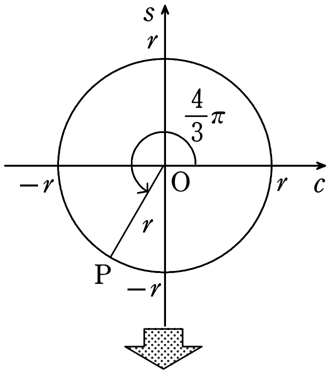
例２）　$\dfrac{4}{3}\pi$ の正弦，余弦，正接の値

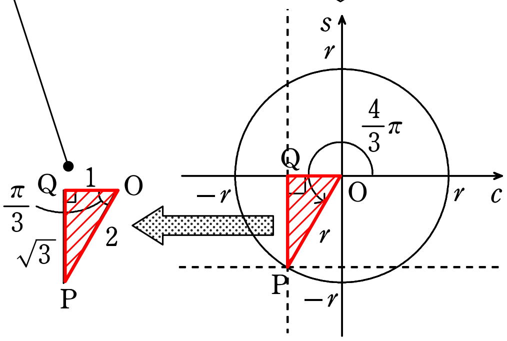
右下の図より，縦長の直角三角形ができあがる。
半径を 2 とすると点 P の座標は $(-1,\ -\sqrt{3})$ である。
そこで，$x=-1$，$y=-\sqrt{3}$ として

$$\sin\frac{4}{3}\pi=\frac{y}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\frac{4}{3}\pi=\frac{x}{r}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$\tan\frac{4}{3}\pi=\frac{y}{x}=\frac{-\sqrt{3}}{-1}=\sqrt{3}$$　終





三角関数【一般角の三角関数】 p.128〜129

青チャートⅡ：例題134

原点を中心とする半径 1 の円を **単位円** という。

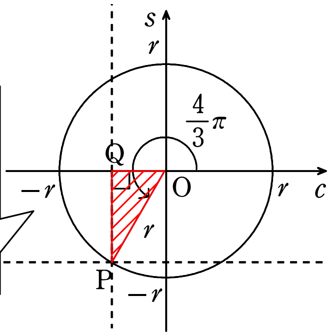
右の図のように，一般角 θ の動径と単位円の交点を $P(x,\ y)$ とすると，

$$\sin\theta = \frac{y}{1} = y,$$

$$\cos\theta = \frac{x}{1} = x$$

となる。

単位円(半径1)であれば
サインは「高さ」、コサインは「横」
例2であれば
短い辺が $-\frac{1}{2}$，長い辺が $-\frac{\sqrt{3}}{2}$



また，右の図において，直線 OP と直線 $x=1$ の交点を $T(1,\ m)$ とすると

タンジェントは「傾き」

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{m}{1} = m$$

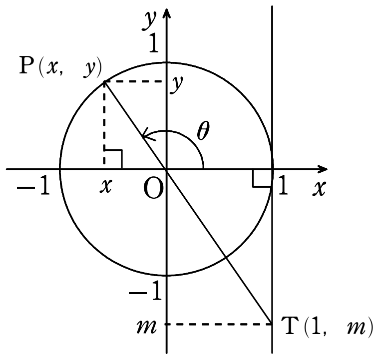
である。

よって　$y=\sin\theta$，$x=\cos\theta$，$m=\tan\theta$

すなわち　$P(\cos\theta,\ \sin\theta)$，$T(1,\ \tan\theta)$ であり

点 P は単位円の周上を動き，

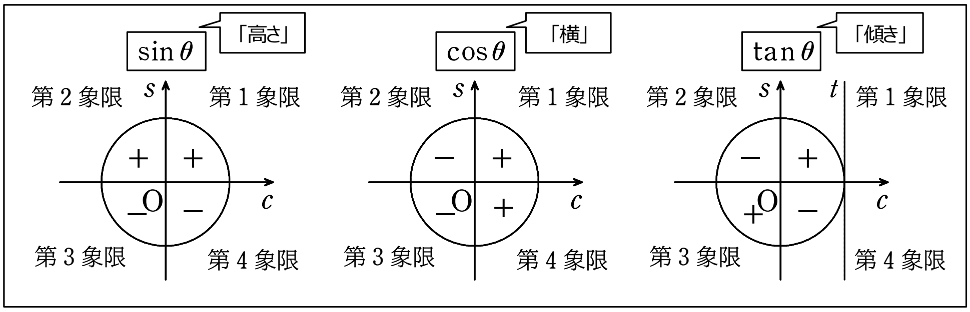
そのとき点 T は直線 $x=1$ 上のすべての点を動く。



以上から，次のことが成り立つ。

> 三角関数の値の範囲
> $-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$，　$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$，　$\tan\theta$ の値の範囲は実数全体

三角関数 $\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値の符号は，θ の動径がどの象限にあるかで決まる。これを図で示すと，次のようになる。



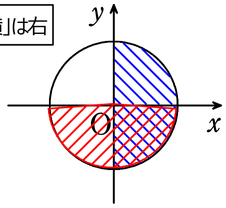
三角関数【一般角の三角関数】 p.128〜129

青チャートⅡ：例題134

練習７） 次の条件を満たすような θ の動径は，第何象限にあるか。

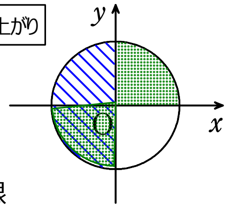
(1) $\sin\theta < 0$ かつ $\cos\theta > 0$

「高さ」は下　「横」は右

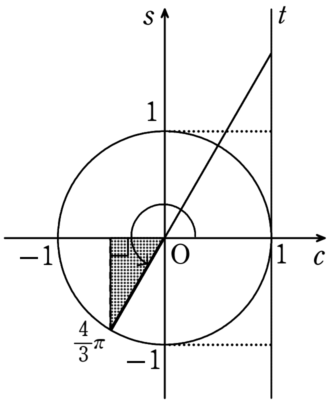


(2) $\cos\theta < 0$ かつ $\tan\theta > 0$

「横」は左　「傾き」は右上がり



解答　(1) 第 4 象限　　(2) 第 3 象限

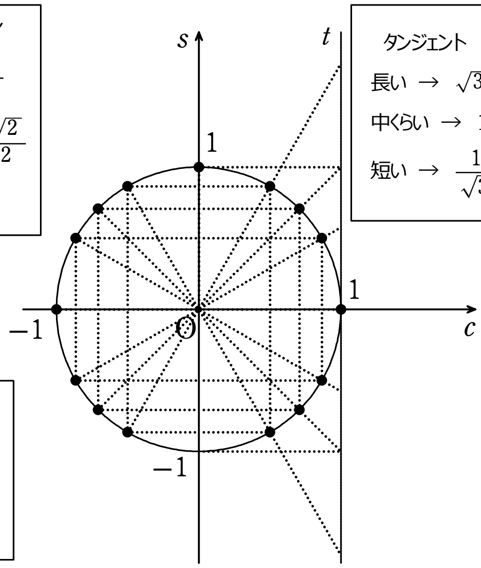


サイン・コサイン

長い → $\frac{\sqrt{3}}{2}$

中くらい → $\frac{\sqrt{2}}{2}$

短い → $\frac{1}{2}$



タンジェント

長い → $\sqrt{3}$

中くらい → 1

短い → $\frac{1}{\sqrt{3}}$

縦長で負の方向なので　$\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

横短くて負の方向なので　$\cos\theta = -\frac{1}{2}$

右上がりで 縦長なので　$\tan\theta = \sqrt{3}$

■□　対応表　□■

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

どちらでもＯＫ

θ	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	2π
θ	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin\theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0