三角関数【加法定理】 p.146～151

青チャートⅡ：例題150～153

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

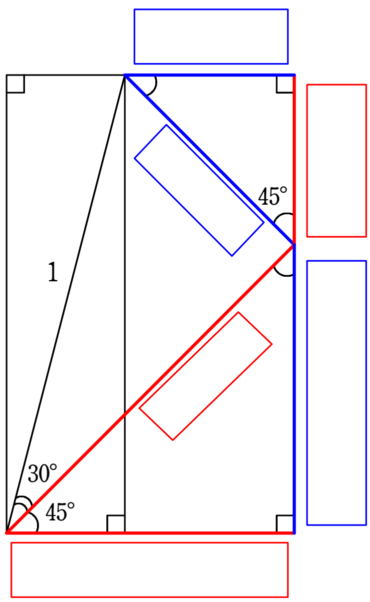
【内容目標】加法定理を導出して使いこなせるようになろう

□加法定理

2つの角の和または差の三角関数の値は，それぞれの角の三角関数の値で表すことができる。この関係を使って，いろいろな問題を解いてみよう。

○正弦，余弦の加法定理

問題 75° を 30° と 45° に分解することで，75° の正弦と余弦の値を求めよう



解答

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$
$$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

問題 相互関係の式を用いることで 75° の正接の値を求めよう

解答

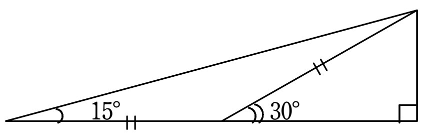
$$\tan 75^\circ = \frac{\sin 75^\circ}{\cos 75^\circ} = \frac{\sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ}{\cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ}$$
$$= \frac{\dfrac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} + \dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}}{1 - \dfrac{\sin 45^\circ \sin 30^\circ}{\cos 45^\circ \cos 30^\circ}} = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 + \dfrac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 1\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$$

問題 α，β にすることでまとめおこう　また，β を $-\beta$ にした式もまとめておこう

解答

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \qquad \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$
$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} \qquad \tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

補足 三角比のときは右のような図を用いて 75° や 15° の正弦・余弦・正接の値を導き出した



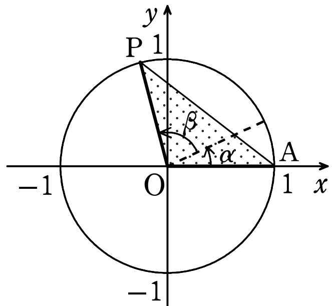
三角関数【加法定理】 p.146～151

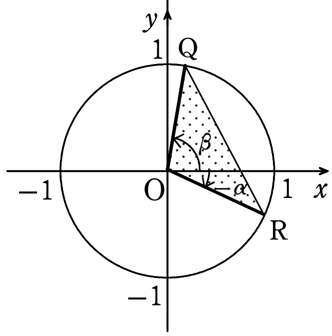
○教科書の加法定理の証明

【予備知識】
2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ 間の距離は
$\mathrm{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

まず，次の等式が成り立つことを証明しよう。

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta \quad \cdots\cdots ①$$





証明　右の図において，角 $\alpha+\beta$ の動径と単位円の交点を

Pとすると，Pの座標は　$(\cos(\alpha+\beta),\ \sin(\alpha+\beta))$

である。2 点間の距離の公式により

$$\begin{aligned}\mathrm{AP}^2&=\{\cos(\alpha+\beta)-1\}^2+\sin^2(\alpha+\beta)\\&=\cos^2(\alpha+\beta)-2\cos(\alpha+\beta)+1+\sin^2(\alpha+\beta)\\&=2-2\cos(\alpha+\beta)\end{aligned}$$

次に，2 点 P，A を，原点を中心として $-\alpha$ だけ回転させた点を，それぞれ Q，R とすると，$\mathrm{AP}=\mathrm{RQ}$ である。

Q，R の座標は　$\mathrm{Q}(\cos\beta,\ \sin\beta)$，$\mathrm{R}(\cos\alpha,\ -\sin\alpha)$

であるから

$$\begin{aligned}\mathrm{RQ}^2&=(\cos\beta-\cos\alpha)^2+(\sin\beta+\sin\alpha)^2\\&=\cos^2\beta-2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\alpha\\&\quad+\sin^2\beta+2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\alpha\\&=2-2(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)\end{aligned}$$

$\mathrm{AP}^2=\mathrm{RQ}^2$ から

$$2-2\cos(\alpha+\beta)=2-2(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

よって，① が成り立つ。　終

また，等式 ① の両辺の β を $-\beta$ でおき換えると

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos(-\beta)-\sin\alpha\sin(-\beta)$$

負角の公式により　$\cos(-\beta)=\cos\beta$，　$\sin(-\beta)=-\sin\beta$

であるから　$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta \quad \cdots\cdots ②$

等式 ② の両辺の α を，$\dfrac{\pi}{2}-\alpha$ でおき換えると

$$\cos\left\{\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\beta\right\}=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cos\beta+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\beta$$

三角関数の性質（余角の公式）により

$$\cos\left\{\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\beta\right\}=\cos\left\{\frac{\pi}{2}-(\alpha+\beta)\right\}=\sin(\alpha+\beta)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha, \qquad \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$$

であるから

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta \quad \cdots\cdots ③$$

等式 ③ の両辺の β を $-\beta$ でおき換えると

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

以上のことから，正弦，余弦に関する次の 加法定理 が成り立つ。

正弦，余弦の加法定理

1 $\begin{cases}\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta \\ \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta\end{cases}$

2 $\begin{cases}\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta\end{cases}$

サインは
咲いたコスモス、（同符号）コスモス咲いた

コサインは
コスモスコスモス、（異符号）咲いた咲いた

例１０） $\sin 75^\circ=\sin(45^\circ+30^\circ)$

$$=\sin 45^\circ\cos 30^\circ+\cos 45^\circ\sin 30^\circ$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$ 終

弧度法では加法が
見づらいので度数法での説明
→解くときも使い分けてよい

練習２７） $\dfrac{7}{12}\pi=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{4}$ であることを用いて，$\sin\dfrac{7}{12}\pi$，$\cos\dfrac{7}{12}\pi$ の値を求めよ。

ヒント $\dfrac{7}{12}\pi=\dfrac{7\times180^\circ}{12}=105^\circ=60^\circ+45^\circ=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{4}$ として考えると

$$\sin\frac{7}{12}\pi=\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$=\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos\frac{7}{12}\pi=\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$=\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

$105^\circ=150^\circ-45^\circ$ でももちろんＯＫ

$\sin 105^\circ=\sin(150^\circ-45^\circ)$

$=\sin 150^\circ\cos 45^\circ-\cos 150^\circ\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\cos 105^\circ=\cos(150^\circ-45^\circ)$

$=\cos 150^\circ\cos 45^\circ+\sin 150^\circ\sin 45^\circ$

$=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

例１０とあわせてみると
$\sin 75^\circ=\sin 105^\circ$
つまり
$\sin 75^\circ=\sin(180^\circ-105^\circ)$
$\qquad=\sin 105^\circ$
となり性質が成り立っているのがわかる

三角関数【加法定理】 p.146〜151

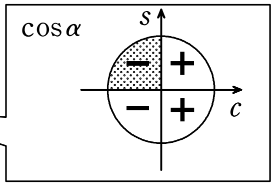
青チャートⅡ：例題 150〜153

例題６） $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，$0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。$\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$，$\cos\beta=\dfrac{12}{13}$ のとき，

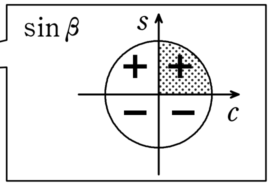
次の値を求めよ。

(1) $\sin(\alpha+\beta)$　　(2) $\cos(\alpha-\beta)$

解答　α の動径が第 2 象限にあるから　$\cos\alpha<0$



β の動径が第 1 象限にあるから　$\sin\beta>0$



上で調べた符号を付ける

よって　$\cos\alpha=(-)\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(-\dfrac{3}{5}\right)^2}=-\dfrac{4}{5}$

$$\sin\beta=(+)\sqrt{1-\cos^2\beta}=\sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{13^2}}=\frac{5}{13}$$

$=\dfrac{3}{5}$

相互関係の式 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ の変形により
サインを求めるときは $\sqrt{1-\cos^2\theta}$　コサインを求めるときは $\sqrt{1-\sin^2\theta}$ に代入

(1) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$$=\frac{3}{5}\cdot\frac{12}{13}+\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{5}{13}$$

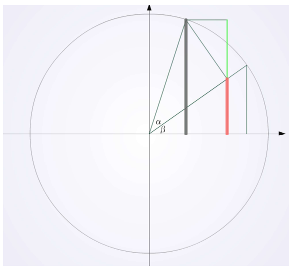
$$=\frac{36}{65}-\frac{20}{65}=\frac{16}{65}$$

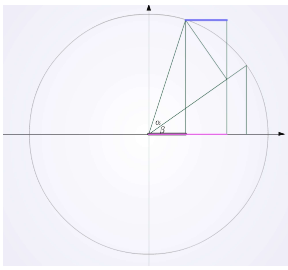
加法定理の式に
問題文での値と
調べて求めた値を代入する

(2) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$$=\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{12}{13}+\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{13}$$

$$=-\frac{48}{65}+\frac{15}{65}=-\frac{33}{65}$$





三角関数【加法定理】 p.146～151

青チャートⅡ：例題150～153

正接の加法定理

3
$$\begin{cases} \tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} \\ \tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} \end{cases}$$

タン足（たす）は

１ひくタンタン、タン　た（す）　タン

証明 $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}$

分母と分子を $\cos\alpha\cos\beta$ で割ると

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{1-\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ なので

分母は異符号、分子は同符号

すなわち，第１式が成り立つ。更に，第１式の β を $-\beta$ でおき換えると，第２式が得られる。 終

例１１） $\tan 75^\circ=\tan(45^\circ+30^\circ)$

$$=\frac{\tan 45^\circ+\tan 30^\circ}{1-\tan 45^\circ\tan 30^\circ}=\frac{1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{1-1\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}}$$

分母分子の中にある分数（繁分数）の

分母 $\sqrt{3}$ を払うために

分母分子に $\sqrt{3}$ を掛け算する

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$$

有理化

$$=\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{3+2\sqrt{3}+1}{3-1}$$

$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}$$

約分

$$=2+\sqrt{3}$$ 終

例題） $\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\pi}{6}$ であることを用いて，

$\tan\dfrac{\pi}{12}$ の値を求めよ。

解答 $\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{180^\circ}{12}=15^\circ=60^\circ-45^\circ$とみると

$\tan 15^\circ=\tan(60^\circ-45^\circ)$

$$=\frac{\tan 60^\circ-\tan 45^\circ}{1+\tan 60^\circ\tan 45^\circ}$$

有理化

$$=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}\cdot 1}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

約分

$$=\frac{3-2\sqrt{3}+1}{2}=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}$$

別解 $\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{180^\circ}{12}=15^\circ=45^\circ-30^\circ$とみると

$\tan\dfrac{\pi}{12}=\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\pi}{6}\right)$

$$=\frac{\tan\dfrac{\pi}{4}-\tan\dfrac{\pi}{6}}{1+\tan\dfrac{\pi}{4}\tan\dfrac{\pi}{6}}$$

$$=\frac{1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{1+1\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}}$$

繁分数式なので

分母分子に $\sqrt{3}$ を掛ける

$$=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

$$=\frac{3-2\sqrt{3}+1}{2}=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}$$

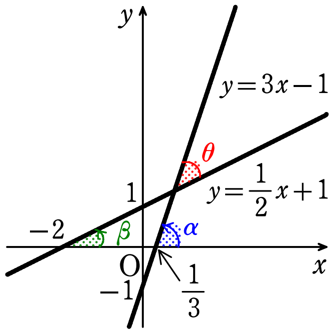
（$\dfrac{\pi}{6}=30^\circ$ の値を使うよりこちらの方が楽？）

三角関数【加法定理】 p.146〜151

青チャートⅡ：例題 150〜153

□正接の加法定理と２直線のなす角

例題７） 2 直線 $y=3x-1$，$y=\dfrac{1}{2}x+1$ のなす角 θ を求めよ。ただし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。



解答　右の図のように，2 直線と x 軸の正の向きとのなす角を，それぞれ α，β とすると，求める角 θ は $\alpha-\beta$ である。

どちらからどちらを引くかは
図から確認するようにしよう

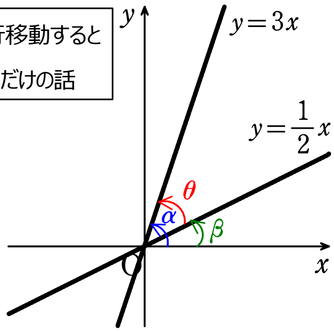
$\tan\alpha=3$，$\tan\beta=\dfrac{1}{2}$ であるから

傾きの値を、そのまま
タンジェントにする

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)$$

$$=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{3-\dfrac{1}{2}}{1+3\cdot\dfrac{1}{2}}=1$$

ゆえに，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ から　　$\theta=\dfrac{\pi}{4}$



注意　一般に，2 直線のなす角は，それぞれと平行で原点を通る 2 直線のなす角に等しい。たとえば，2 直線

平行移動すると
傾きだけの話

$$y=3x,\quad y=\frac{1}{2}x$$

のなす角は，例題 7 の θ に等しい。また，

2 直線 $y=3x$，$y=\dfrac{1}{2}x$ と x 軸の正の向きとのなす角は，それぞれ例題 7 の α，β に等しい。

つまり、切片は無視してよい

一般に，交わる 2 直線

$$y=m_1x+n_1,\quad y=m_2x+n_2$$

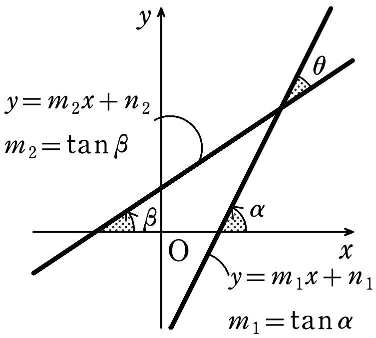
が垂直でないとき，そのなす鋭角を θ とする。

$0<\beta<\alpha<\pi$ のとき

$\alpha-\beta$ が鋭角ならば　$\theta=\alpha-\beta$

$\alpha-\beta$ が鈍角ならば　$\theta=\pi-(\alpha-\beta)$ であるから

$\tan\theta$ は次のようになる。



$$\tan\theta=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$$

$\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$ であることを踏まえ
絶対値でまとめた式
（あらかじめ図で確認しておけば絶対値記号は必要ない）

三角関数【加法定理】 p.146～151

青チャートⅡ：例題 150～153

深める　x 軸の正の向きとのなす角がそれぞれ α，β であるような 2 直線がある。
$\tan\alpha\tan\beta=-1$ のとき，この 2 直線のなす角を求めよう。

解答　なす角が α となる直線の傾きを m_1，なす角が β となる直線の傾きを m_2 とすると
$\tan\alpha\tan\beta=-1$ のとき，$m_1\cdot m_2=-1$ となるので
この２直線は垂直である。よってこの２直線のなす角は $\dfrac{\pi}{2}$

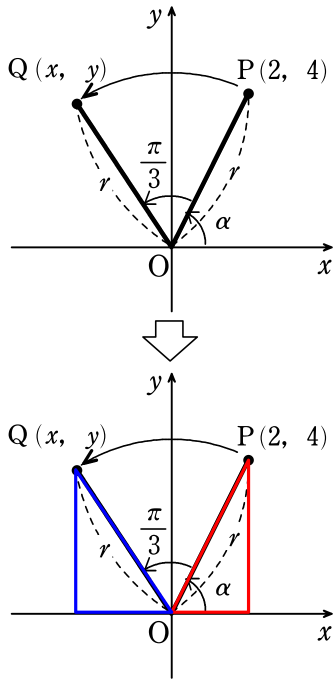
補足　$m_1\cdot m_2=-1$ より　$\tan\theta=\left|\dfrac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$ の分母が
0 となることから公式を用いることができない

2 直線 $y=m_1x+n_1$,
$y=m_2x+n_2$ について
平行 $\Leftrightarrow m_1=m_2$
垂直 $\Leftrightarrow m_1m_2=-1$

三角関数【加法定理】 p.146〜151

青チャートⅡ：例題150〜153

研究　点の回転



加法定理を利用すると，座標平面上の点を，原点 O を中心として一定の角 θ だけ回転させた点の座標が求められる。

例 1）　点 $\mathrm{P}(2,\ 4)$ を，原点 O を中心として $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転させた点 Q の座標を $(x,\ y)$ とする。

$\mathrm{OP}=r$ とし，動径 OP と x 軸の正の向きとのなす角を α とすると

$$\boxed{2=r\cos\alpha,\quad 4=r\sin\alpha}$$

また，$\mathrm{OQ}=r$ で，動径 OQ と x 軸の正の向きとのなす角は $\alpha+\dfrac{\pi}{3}$ であるから

$$\boxed{x=r\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right),\quad y=r\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)}$$

加法定理により

$$x=r\cos\alpha\cos\frac{\pi}{3}-r\sin\alpha\sin\frac{\pi}{3}=2\cdot\frac{1}{2}-4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=1-2\sqrt{3}$$

$$y=r\sin\alpha\cos\frac{\pi}{3}+r\cos\alpha\sin\frac{\pi}{3}=4\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$$

したがって，Q の座標は　$(1-2\sqrt{3},\ 2+\sqrt{3})$　終

補足　点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ を，原点 O を中心として θ だけ回転した位置にある点 $\mathrm{Q}(x,\ y)$ について，

$\mathrm{OP}=r$，動径 OP と x 軸の正の向きとのなす角を α とすると

$$x=r\cos(\alpha+\theta)=r\cos\alpha\cos\theta-r\sin\alpha\sin\theta=a\cos\theta-b\sin\theta$$

$$y=r\sin(\alpha+\theta)=r\sin\alpha\cos\theta+r\cos\alpha\sin\theta=b\cos\theta+a\sin\theta$$

補足　点の回転については複素数平面（数学C）では「点 $\mathrm{P}(2+4i)$ を，原点 O を中心として $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転させた点 Q を表す複素数が　$(2+4i)\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)=(2+4i)\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)=(1-2\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})i$ となることからもわかる。

また，行列では原点を中心として角 θ だけ回転させる変換が，1 次変換 $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ として表せる。

補足

三角関数の性質については加法定理からも求めることができる。

例

$$\sin(\theta+2n\pi)=\sin\theta\cos2n\pi+\cos\theta\sin2n\pi=\sin\theta\cdot1+\cos\theta\cdot0=\sin\theta\quad(n\text{ は整数})$$

$$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\theta\cos\frac{\pi}{2}-\sin\theta\sin\frac{\pi}{2}=\cos\theta\cdot0-\sin\theta\cdot1=-\sin\theta$$

$$\tan(\theta+\pi)=\frac{\tan\theta+\tan\pi}{1-\tan\theta\tan\pi}=\frac{\tan\theta+0}{1-\tan\theta\cdot0}=\tan\theta$$