

ベクトル【導入】

平面のベクトル Vectors in the plane

空間のベクトル Vectors in the space

「たとえこの著作が再び17年、あるいはそれ以上の間、埃をかぶったまま顧みられないとしても、いつか必ず忘却の淵から引き出され、今は眠っているアイデアが実を結ぶ時が来るだろう。」

ー ヘルマン・グラスマン（ドイツの数学者、言語学者）

Hermann Grasmann 1809~1877



「ベクトル」とは、向きと大きさをもった新しい量である。ベクトルという語はニュートン（1642~1727）以後の天体力学の発展の中で、万有引力を運ぶ線分のような意味で用いられ始めた。力、速度、加速度などを表すために、物理学の中ではきわめて自然な考え方である、向きと大きさをもつ量としてのベクトルの概念が、はっきりと意識され定式化されたのは、19世紀の半ばになってからであり、流体力学、電磁気学の成立との関係が深い。19世紀に入ってから数学の厳密化の流れの中でベクトルの定式化に寄与した数学者としては、ハミルトン（1805~1865）、グラスマン（1809~1877）、サンブナン（1797~1886）、ケーリー（1821~1895）、ギブス（1839~1903）などが挙げられる。

平面上のベクトルの計算に対応する内容は、当初は複素数の計算として現れていた。ノルウェーのウェッセル（1745~1818）は1799年の論文で、平面ベクトルと複素数とを関係づけて研究した。しかし、ウェッセルの本はデンマーク語で書かれていたために、その内容が広く知られることはなかった。その後、19世紀アイルランドの数学者ハミルトン（1805~1865）は、空間ベクトルと対応するように複素数を拡張する研究を行い、「四元数」という概念を作り出した。ハミルトンは1853年に出版された四元数についての著書の中で、ベクトル、スカラーという言葉、数学用語として初めて用いた。ハミルトンが四元数の計算法を発見した翌年の1843年には、グラスマン（1809~1877）の著作『延長論』の中で、より一般の形に抽象化された理論が発表された。グラスマンはその後『延長論』を書き直し、第2版が1862年に出版された。グラスマンの理論は今日では「線形代数」と呼ばれる理論の基礎を与えているが、あまりに時代に先んじていたため当時は理解されなかった。

平面上のベクトルは2つの実数の組で表される。2つの実数の組を1つの複素数と対応させることができるように、3つの実数の組も1つの「数」と対応させて扱えないだろうか。ハミルトンは研究を続けていたが、掛け算がどうしてもうまく定義できなかった。しかし、1843年10月16日、学会に向かう途中の橋にさしかかったとき、4つの実数の組なら掛け算がうまく定義できるとひらめいた。それで発見した数が「四元数」である。ハミルトンはうれしさのあまり、発見したばかりの四元数の基本関係式を、橋にナイフで刻み込んだ。四元数は、4つの成分のうち1つを時間とし、3つを空間ベクトルとすることで、電磁気学の方程式を記述することなどに有効に用いられた。