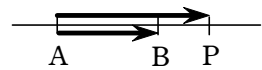


【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】位置ベクトルによって、平面図形の性質を調べることができる。

□一直線上の点

異なる2点 A, B を通る直線上に点 P があるのは, $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AP}$ が
平行であるか, $\overrightarrow{AP} = \vec{0}$ の場合である。したがって, 次のことが成り立つ。



2点 A, B が異なるとき

点 P が直線 AB 上にある $\iff \overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AB}$ となる実数 k がある

応用例題 2)

平行四辺形 ABCD において, 辺 CD を 2 : 1 に内分する点を E, 対角線 BD を 3 : 1 に
内分する点を F とする。3点 A, F, E は一直線上にあることを証明せよ。

【方針】 $\overrightarrow{AF} = k\overrightarrow{AE}$ となる実数 k があることを示す。

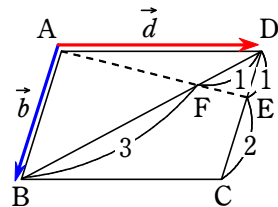
【証明】 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ とすると, $\overrightarrow{AC} = \vec{b} + \vec{d}$ であるから

$$\overrightarrow{AE} = \frac{\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AD}}{2+1} = \frac{(\vec{b} + \vec{d}) + 2\vec{d}}{3} = \frac{\vec{b} + 3\vec{d}}{3}$$

$$\overrightarrow{AF} = \frac{\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD}}{3+1} = \frac{\vec{b} + 3\vec{d}}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\vec{b} + 3\vec{d}}{3}$$

$$\text{よって } \overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$$

したがって, 3点 A, F, E は一直線上にある。 (終)



図形問題のポイント【超重要】

1. 始点をそろえる
2. 基準となるベクトルに統一する

1. この問題なら始点はA
2. $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AD}$ に統一する

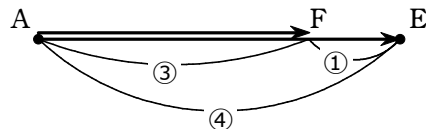
【深める】 応用例題 2 において, 点 F は線分 AE をどのような比に内分しているだろうか。

【解答】 $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$ より $4\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AE}$ なので

$$AF : AE = 3 : 4$$

$$\text{すなわち } AF : FE = 3 : 1$$

よって, 点 F は線分 AE を 3 : 1 に内分している



1 [708数学C 練習25]

△ABCにおいて、辺ABを1:2に内分する点をD、辺BCを4:1に内分する点をEとし、線分CDを3:4に内分する点をFとする。3点A, F, Eは一直線上にあることを証明せよ。

解説

$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とすると

$$\overrightarrow{AE} = \frac{\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}}{4+1} = \frac{\vec{b} + 4\vec{c}}{5}$$

また、 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\vec{b}$ であるから

$$\overrightarrow{AF} = \frac{3\overrightarrow{AD} + 4\overrightarrow{AC}}{4+3} = \frac{\vec{b} + 4\vec{c}}{7}$$

よって $\overrightarrow{AF} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AE}$

したがって、3点A, F, Eは一直線上にある。

